

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет
Кафедра конструирования и технологии радиоэлектронных средств

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ
И МАТЕРИАЛЫ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ»**

Составитель
Т.Н. ФРОЛОВА

Владимир 2009

УДК 621.382–03

ББК 32.85

М54

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры конструирования
и технологии радиоэлектронных средств

Владимирского государственного университета

Е. А. Калинин

Печатается по решению редакционного совета
Владимирского государственного университета

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине “Материаловедение и материалы электронных средств” / Владимир. гос. ун-т ; сост. Т. Н. Фролова. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2009. – 48 с.

Составлены в соответствии с программой курса “Материаловедение и материалы электронных средств”. Содержат краткие теоретические сведения и задачи, решение которых должно способствовать закреплению и углублению представлений о физических процессах и явлениях в проводниковых, полупроводниковых, диэлектрических и магнитных материалах, приобретению практических навыков по эффективному использованию материалов при разработке электронных средств.

Предназначены для студентов второго-третьего курса специальностей 210201 – проектирование и технология радиоэлектронных средств и 210202 – проектирование и технология электронно-вычислительных средств очной и заочной форм обучения.

Ил. 6. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.382–03

ББК 32.85

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине “Материаловедение и материалы электронных средств” содержат краткие теоретические сведения и задачи, решение которых позволяет глубже понять физическую сущность процессов и явлений в материалах, закрепить основные понятия, усвоить значения или порядок величин важнейших параметров материалов, развить навыки практического применения теоретических знаний и понимания физических пределов применимости соответствующих математических моделей.

При решении задачи необходимо прежде всего установить, какие физические закономерности лежат в основе процессов. Затем с помощью формул, выражающих эти закономерности, следует найти решение задачи или части ее в общем виде, причем искомая величина должна быть выражена через заданные величины. После этого следует подставить числовые данные, выраженные в одной системе единиц. Рекомендуется пользоваться единицами физических величин системы СИ. Числовой ответ должен иметь наименование единицы измерения. Необходимые для решения задач справочные данные чаще всего указаны в условиях. В отдельных случаях необходимые данные можно взять из приложения (табл. 1, 2, 3).

Тема 1. ПРОВОДНИКОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Цель занятия: изучение закономерностей изменения электрофизических свойств проводниковых и резистивных материалов в разных условиях применения, приобретение практических навыков расчета их параметров.

Плотность тока в проводнике с одним типом носителей заряда

$$j = \sigma \cdot E, \text{ А}\cdot\text{м}^{-2}, \quad (1.1)$$

где σ – удельная электрическая проводимость, $\text{См}\cdot\text{м}^{-1}$; $E = U/l$ – напряженность электрического поля в проводнике длиной l , м, при разности потенциалов между его концами U , В.

Удельная электрическая проводимость металла

$$\sigma = n \cdot e \cdot \mu, \text{См}\cdot\text{м}^{-1}, \quad (1.2)$$

где n – концентрация свободных электронов, м^{-3} ; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона; $\mu = v/E$ – подвижность электронов, $\text{м}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$; где v – скорость, приобретаемая электронами в электрическом поле, $\text{м}\cdot\text{с}^{-1}$.

Удельное электрическое сопротивление – это величина, обратная удельной электрической проводимости

$$\rho = \frac{1}{\sigma}, \text{Ом}\cdot\text{м}. \quad (1.3)$$

В соответствии с классической электронной теорией металлов выражение для удельного электрического сопротивления имеет вид

$$\rho = \frac{2 \cdot m_e \cdot v_T}{e^2 \cdot n \cdot l_{\text{ср}}}, \text{Ом}\cdot\text{м}, \quad (1.4)$$

где $m_e = 0,91 \cdot 10^{-30}$ кг – масса электрона; $l_{\text{ср}}$ – средняя длина свободного пробега электронов, м; v_T – средняя скорость теплового движения электронов, $\text{м}\cdot\text{с}^{-1}$, которая определяется из соотношения

$$\frac{m_0 v_T^2}{2} = \frac{3}{2} k T, \quad (1.5)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж·К⁻¹ – постоянная Больцмана, T – температура, К.

Если атомы в металле ионизированы однократно, то концентрация свободных электронов n будет равна концентрации атомов N и может быть рассчитана по формуле

$$n = N = \frac{d}{M} N_A, \text{м}^{-3}, \quad (1.6)$$

где d – плотность вещества, $\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$; M – молярная масса, $\text{кг}\cdot\text{моль}^{-1}$; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – постоянная Авогадро.

В соответствии с квантовой теорией удельное электрическое сопротивление металлов

$$\rho = \left(\frac{3}{8 \cdot \pi} \right)^{1/3} \cdot \frac{h}{e^2 \cdot n^{2/3} \cdot l_{\text{ср}}}, \text{Ом}\cdot\text{м}, \quad (1.7)$$

где $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Влияние примесей и структурных дефектов на удельное сопротивление. Примеси и структурные дефекты увеличивают удельное сопротивление металлов. В соответствии с правилом Маттиссена

$$\rho = \rho_T + \rho_{\text{ост}}, \text{ Ом}\cdot\text{м}, \quad (1.8)$$

где ρ_T – удельное электрическое сопротивление, обусловленное рассеянием электронов на тепловых колебаниях узлов кристаллической решетки; Ом·м, $\rho_{\text{ост}} = \rho_{\text{пр}} + \rho_{\text{деф}}$ – остаточное удельное сопротивление, Ом·м, обусловленное рассеянием электронов на статических дефектах структуры: примесных атомах ($\rho_{\text{пр}}$) и собственных дефектах структуры ($\rho_{\text{деф}}$). Наиболее существенный вклад в остаточное сопротивление вносит рассеяние на примесях. При малом содержании примесей удельное сопротивление возрастает пропорционально концентрации примесных атомов. Кроме примесей некоторый вклад в остаточное сопротивление вносят собственные дефекты структуры – вакансии, атомы внедрения, дислокации, границы зерен. Остаточное сопротивление представляет собой характеристику химической чистоты и структурного совершенства металла. Для оценки содержания примесей измеряют отношение удельного сопротивления металла при комнатной температуре и температуре жидкого гелия: $\beta = \rho_{300}/\rho_{4,2}$.

Удельное сопротивление металлических сплавов, имеющих структуру неупорядоченного твердого раствора, $\rho_{\text{ост}}$ может существенно превышать ρ_T . Для многих двухкомпонентных сплавов металлов, не принадлежащих к числу переходных или редкоземельных элементов, зависимость $\rho_{\text{ост}}$ от состава описывается законом Нордгейма

$$\rho_{\text{ост}} = CX_A X_B = CX(1 - X_B), \text{ Ом}\cdot\text{м}, \quad (1.9)$$

где C – константа, зависящая от природы сплава; X_A , X_B – атомные доли компонентов в сплаве.

Размерный эффект в тонких пленках. Удельное сопротивление металла в тонкой пленке больше удельного сопротивление того же металла в виде объемного образца. В пленках очень малой толщины имеются островки металла. В пленках островковой структуры (дисперсированных) проводимость имеет полупроводниковый характер. В сплошных пленках, толщина которых соизмерима с длиной свободного пробега электронов, удельное сопротивление увеличивается вследствие соударения электронов с поверхностью пленки.

Зависимость удельного сопротивления от толщины пленки описывается эмпирической формулой Фукса, которая имеет вид

$$\frac{\rho_d}{\rho} = 1 + \frac{3}{8}(1-p)\frac{l_{\text{ср}}}{d}, \quad (1.10)$$

где ρ_d – удельное электрическое сопротивление металлической пленки толщиной d , м; p – параметр зеркальности, который зависит от качества поверхности.

Так как характер зарождения и роста пленок зависит от множества факторов, на практике трудно получить точное совпадение значений ρ_d для пленок одинаковой толщины. Поэтому для сравнительной оценки проводящих свойств тонких пленок, осажденных при идентичных условиях, используют параметр – удельное поверхностное сопротивление ρ_s . Удельное поверхностное сопротивление – это сопротивление квадрата пленки $R_{\text{кв}}$:

$$\rho_s = R_{\text{кв}} = \frac{\rho_d}{d}, \text{ Ом.} \quad (1.11)$$

Так как $R_{\text{кв}}$ не зависит от размера квадрата, сопротивление пленочного резистора можно рассчитать по формуле

$$R = \rho_s \frac{l}{b} = \rho_s \cdot K_{\text{ф}}, \text{ Ом,} \quad (1.12)$$

где l_0 – длина резистора в направлении прохождения тока, м; b – ширина резистора, м²; $K_{\text{ф}} = l/b$ – коэффициент формы резистора.

Температурный коэффициент удельного сопротивления. В диапазоне температур, где зависимость ρ от T близка к линейной, справедливо выражение

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha_{\rho}(T - T_0)], \text{ Ом}\cdot\text{м,} \quad (1.13)$$

где ρ_0 – удельное сопротивление в начале температурного диапазона, $\alpha_{\rho} = (\rho - \rho_0)/(\rho_0(T - T_0))$ – средний температурный коэффициент удельного сопротивления в данном диапазоне температур, К⁻¹; ρ – удельное сопротивление при температуре T .

Теплопроводность металлов. В металлах благодаря высокой концентрации свободных электронов преобладает электронная теплопроводность. Экспериментальный закон Видемана – Франца устанавливает связь между удельной теплопроводностью λ , Вт·мК⁻¹, и удельной электрической проводимостью γ , См·м⁻¹

$$\frac{\lambda}{\gamma} = a \cdot T, \quad (1.14)$$

где a – константа Видемана – Франца, $\text{В}^2 \cdot \text{К}^{-2}$. Для большинства металлов константа a равна числу Лоренца

$$L_0 = 3 \cdot k^2 \cdot e^{-2}, \text{ВТ} \cdot \text{м}^{-3}, \quad (1.15)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$ – постоянная Больцмана.

Количество теплоты Q , выделяющееся в единице времени в единице объема проводника, по которому протекает ток плотностью j , $\text{А} \cdot \text{м}^{-2}$, при напряженности электрического поля E , $\text{В} \cdot \text{м}^{-1}$, выражается формулой

$$Q = jE = \gamma E^2, \text{ВТ} \cdot \text{м}^{-3}. \quad (1.16)$$

Термоэлектродвижущая сила (термоЭДС). В однородном проводнике при наличии градиента температуры на концах его возникает разность потенциалов. Ее значение, отнесенное к единичной разности температур на концах проводника, называют абсолютной удельной термоЭДС. В термопарном контуре относительная удельная термоЭДС представляет собой разность абсолютных удельных термоЭДС составляющих проводников

$$\alpha_T = \alpha_T^A - \alpha_T^B, \quad (1.17)$$

где α_T^A и α_T^B – абсолютные удельные термоЭДС контактирующих металлов A и B .

В замкнутой цепи из двух различных типов металлических проводников, когда области контакта находятся при различных температурах, возникает ЭДС и протекает ток. ТермоЭДС выражается в виде функции $U_{12}(T_1, T_2)$ от температуры T_1 и T_2 для металлов 1 и 2. В случае, когда потенциал $V(T)$ относится к одному металлу, функция $U_{12}(T_1, T_2)$ запишется в следующем виде:

$$U_{12}(T_1, T_2) = [V_1(T_2) - V_2(T_2)] - [V_1(T_1) - V_2(T_1)] = [U_{12}(T_2)] - [U_{12}(T_1)],$$

или

$$U_{12}(T_1, T_2) = [V_1(T_2) - V_1(T_1)] - [V_2(T_2) - V_2(T_1)] = [V_1(T_2, T_1)] - [V_2(T_2, T_1)].$$

Сопротивление проводников на высоких частотах. На высоких частотах наблюдается неравномерное распределение электрического тока по сечению проводника: плотность тока максимальна на поверхности и убывает по мере проникновения вглубь проводника. Распределение тока по сечению проводника описывается уравнением

$$j(z) = j_0 \exp(-z / \Delta), \quad (1.18)$$

где j_0 – плотность тока на поверхности, $\text{А}\cdot\text{м}^{-2}$; z – координата по нормали к поверхности в глубь проводника, м; Δ – глубина проникновения поля в проводник, м.

Плотность тока изменяется по тому же закону, что и напряженность электрического поля E , так как $j = \gamma E$. Связь глубины проникновения поля с физическими характеристиками вещества определяется выражением

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu_0 \mu \gamma}}, \quad (1.19)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн}\cdot\text{м}^{-1}$ – магнитная постоянная; μ – относительная магнитная проницаемость вещества; f – частота, Гц.

Так как центральная часть сечения проводника почти не используется, активное сопротивление провода R_{\sim} при прохождении по нему переменного тока больше, чем его активное сопротивление R_0 при постоянном токе. Коэффициент увеличения сопротивления k_R рассчитывается по формуле

$$k_R = \frac{R_{\sim}}{R_0} = \frac{S_0}{S_e}, \quad (1.20)$$

где S_0 – площадь поперечного сечения проводника, м^2 ; S_e – эквивалентная площадь сечения проводника, занятая током при воздействии высокочастотного поля; для круглого проводника $S_e = \pi d \Delta$, для плоского – $S_e = b \Delta$, где d – диаметр круглого проводника, м; b – ширина плоского проводника, м.

Влияние механических воздействий. Влияние упругого растяжения или сжатия на удельное сопротивление металла учитывается формулой

$$\rho_B = \rho(1 \pm \varphi \sigma), \text{ Ом}\cdot\text{м}, \quad (1.21)$$

где $\varphi = (1/\rho)(\partial\rho/\partial\sigma)$ – коэффициент механического напряжения, Па^{-1} ; σ – механическое напряжение в сечении образца, Па. Знак “плюс” в выражении соответствует деформации при растяжении, а знак “минус” – при сжатии. Пластическая деформация, как правило, повышает удельное сопротивление металлов вследствие искажения кристаллической решетки.

Задачи

1.1. Катушка из медной (алюминиевой) проволоки имеет сопротивление 10,8 Ом. Масса медной (алюминиевой) проволоки 0,3 кг. Определить длину и диаметр намотанной на катушку проволоки.

1.2. Медный и алюминиевый провода равной длины имеют одинаковые сопротивления. Определить отношение диаметров этих проводов. Вычислить, во сколько раз масса алюминиевого провода меньше массы медного провода.

1.3. Вычислить длину свободного пробега электронов в меди при $T = 300$ К, если ее удельное сопротивление при этой температуре равно $0,017$ мкОм·м.

Решение.

Согласно представлениям квантовой теории, удельное сопротивление металлов связано с длиной свободного пробега электронов $l_{\text{ср}}$ соотношением

$$\rho = \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{1/3} \frac{h}{e^2 n^{2/3} l_{\text{ср}}}.$$

Концентрация свободных электронов в меди

$$n = \frac{d}{M} N_A = \frac{8920 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{63,54 \cdot 10^{-3}} = 8,45 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Длина свободного пробега

$$l_{\text{ср}} = \left(\frac{3}{8 \cdot 3,14} \right)^{1/3} \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 (8,45 \cdot 10^{28})^{2/3} 0,017 \cdot 10^{-6}} = 3,89 \cdot 10^{-8} \text{ м}.$$

1.4. К медной проволоке длиной 6 м и диаметром 0,56 мм приложено напряжение 0,1 В. Сколько электронов пройдет через поперечное сечение проводника за 10 с, если удельное сопротивление меди равно $0,017$ мкОм·м?

1.5. Определить время, в течение которого электрон пройдет расстояние 1 км по медному проводу, если удельное сопротивление меди $0,017$ мкОм·м, а разность потенциалов на концах проводника $U = 220$ В. За какое время электрон пролетит это же расстояние, двигаясь без соударений, при той же разности потенциалов? Каково время передачи сигнала?

1.6. Требуется изготовить проволоку, которая выдерживает растяжение силой $F = 50$ Н, не претерпевая пластической деформации; при этом сопротивление 1 м проволоки не должно превышать $0,02$ Ом. Определить и сравнить наименьшие допустимые диаметры проволоки, изготовленной из отожженной меди и отожженного алюминия. Какая проволока экономически более выгодна, если цена 1 кг алюминия в 1,5 раза ниже цены 1 кг ме-

ди. Предел текучести σ_T отожженной меди и отожженного алюминия принять равным соответственно 70 и 35 МПа.

1.7. Вычислить падение напряжения на полностью включенном реостате, изготовленном из константановой проволоки длиной 10 м при плотности тока $5 \text{ А} \cdot \text{мм}^{-2}$. Удельное сопротивление константана принять равным $0,5 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

1.8. К графитовому стержню длиной 0,2 м проложено напряжение 6 В. Определить плотность тока в стержне в первый момент после подачи напряжения, если удельное сопротивление графита равно $4 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Как и почему меняется плотность тока в стержне со временем?

1.9. Один полюс источника тока присоединен к электрической схеме медным проводом, а другой – алюминиевым проводом такого же диаметра. Сравнить скорости дрейфа электронов в подводящих проводах, считая, что на каждый атом меди приходится один электрон проводимости, а на каждый атом алюминия – три электрона проводимости.

1.10. Удельное сопротивление меди, содержащей 0,3 % атомов олова, при температуре 300 К составляет $0,0258 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$. Определить отношение удельных сопротивлений меди при температуре 300 и 4,2 К: $\beta = \rho_{300}/\rho_{4,2}$. Во сколько раз изменится отношение $\beta = \rho_{300}/\rho_{4,2}$, если содержание олова в медном проводнике снизить до 0,03 % атомов?

1.11. Удельное сопротивление медного проводника, содержащего 0,5 % атомов индия, равно $0,0234 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$. Определить концентрацию атомов индия в медном сплаве с удельным сопротивлением $0,0298 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$, полагая, что все остаточное сопротивление обусловлено рассеянием на примесных атомах индия.

1.12. На диэлектрическую подложку нанесена металлическая пленка толщиной 0,1 мкм, имеющая форму прямоугольника размерами $1 \times 5 \text{ мм}$. Сопротивление пленки при напряжении, приложенном в продольном направлении, составляет 100 Ом. Определить сопротивление квадрата пленки, а также сопротивление пленки в поперечном направлении (параллельно меньшей стороне прямоугольника).

1.13. Пленочный резистор состоит из трех участков, имеющих различные сопротивления квадрата пленки $R_{\text{кв1}} = 10 \text{ Ом}$; $R_{\text{кв2}} = 20 \text{ Ом}$; $R_{\text{кв3}} = 30 \text{ Ом}$. Определить сопротивление резистора.

1.14. Стержень из графита соединен последовательно с медным стержнем того же сечения. Определить, при каком отношении длин стержней сопротивление этой композиции не зависит от температуры. Удельные

сопротивления меди и графита равны соответственно 0,017 и 8,0 мкОм·м, а значения α_p для этих материалов составляют $4,3 \cdot 10^{-3}$ и $-1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

1.15. Удельное сопротивление серебра при комнатной температуре равно 0,015 мкОм·м, а температурный коэффициент удельного сопротивления составляет $4,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Определить, как и во сколько раз изменится длина свободного пробега электронов при нагревании проводника от 300 до 1000 К.

1.16. Определить длину нихромовой проволоки диаметром 0,5 мм, используемой для изготовления нагревательного устройства, сопротивлением 20 Ом при температуре 1000 °С, полагая, что при 20 °С параметры нихрома: $\rho = 1,0 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$; $\alpha_p = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$; $\alpha_l = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

1.17. Сопротивление провода из константана при 20 °С равно 500 Ом. Определить сопротивление этого провода при 450 °С, если при 20 °С температурный коэффициент удельного сопротивления константана $\alpha_p = -15 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, а температурный коэффициент линейного расширения составляет 10^{-5} K^{-1} .

1.18. Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при 20 °С равно 35 Ом. Определить температуру нити лампочки, если известно, что при ее включении в сеть напряжением 220 В в установившемся режиме по нити проходит ток 0,6 А. Температурный коэффициент удельного сопротивления вольфрама при 20 °С принять равным $5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

1.19. Определить температурный коэффициент линейного расширения α_l и удлинение нихромовой проволоки, если известно, что при повышении температуры от 20 до 1000 °С электрическое сопротивление проволоки изменяется от 50 до 56,6 Ом. Длина проволоки в холодном состоянии $l = 50 \text{ м}$. Температурный коэффициент удельного сопротивления нихрома принять равным $15 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

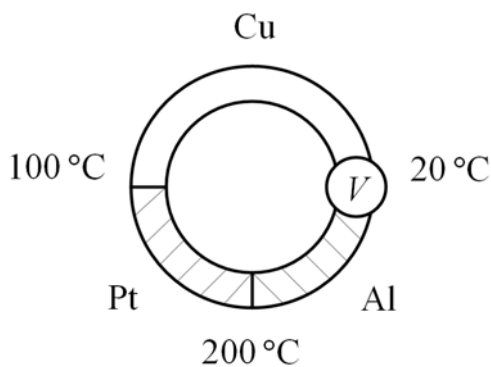
1.20. Пользуясь законами Видемана – Франца, определить отношение удельных теплопроводностей серебра и олова при температуре: а) 20 °С и б) 200 °С. Принять, что при температуре 20 °С удельное сопротивление серебра и олова равны соответственно 0,015 и 0,113 мкОм·м, а температурные коэффициенты удельного сопротивления составляют соответственно $4,1 \cdot 10^{-3}$ и $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

1.21. В цепь включены последовательно медная и нихромовая проволоки равной длины и диаметра. Найти отношение количеств теплоты, выделяющейся в этих проводниках, и отношение падений напряжений на проводах. Удельное сопротивление меди и нихрома равно соответственно 0,017 и 1 мкОм·м.

1.22. Найти количество теплоты, которое выделяется каждую секунду в единицу объема медного (алюминиевого) провода при плотности тока $10 \text{ А} \cdot \text{м}^{-2}$.

1.23. Углеродистый резистор и проволочный резистор, изготовленный из нихрома, имеют одинаковое номинальное сопротивление $R_{\text{ном}} = 100 \text{ Ом}$. Резисторы соединены параллельно и включены под напряжение $U = 50 \text{ В}$. Одинаковая ли мощность будет выделяться на этих резисторах?

1.24. Для отопления помещения используют электрокамин, включаемый в сеть напряжением 220 В . Помещение теряет в сутки 10^5 кДж теплоты.



Цепь из трех проводников

Требуется поддерживать температуру в нем неизменной. Найти: а) сопротивление нагревательного элемента; б) длину нихромовой проволоки диаметром $0,7 \text{ мм}$, используемой для намотки спирали нагревательного элемента; в) мощность нагревателя. Удельное сопротивление нихрома принять равным $1 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

1.25. В замкнутую цепь, состоящую из медного, алюминиевого и платинового проводников, включен милливольтметр (рисунок). Какую термоЭДС покажет прибор при температуре спаев, указанной на рисунке, если для меди абсолютная удельная термоЭДС $\alpha_{\text{Cu}} = 1,8 \text{ мкВ} \cdot \text{К}^{-1}$, для алюминия $\alpha_{\text{Al}} = -1,3 \text{ мкВ} \cdot \text{К}^{-1}$, для платины $\alpha_{\text{Pt}} = -5,1 \text{ мкВ} \cdot \text{К}^{-1}$.

Определить удельную термоЭДС алюминия относительно меди и относительно платины.

1.26. Определить внутреннюю контактную разность потенциалов, возникающую при соприкосновении двух металлов с концентрацией свободных электронов $n_1 = 5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ и $n_2 = 1 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$.

1.27. Определить напряженность электрического поля, возникающего в зазоре между пластинами плоского конденсатора, одна из которых изготовлена из алюминия, а другая из платины. Пластины соединены между собой медным проводом, а длина зазора $l = 5 \text{ мм}$. Работа выхода электронов из алюминия, меди и платины составляет соответственно $4,25$, $4,4$ и $5,32 \text{ эВ}$. Как изменится напряженность поля, если алюминиевую и медную пластины замкнуть проводом из платины при той же длине зазора?

Решение

Разность потенциалов на концах последовательной разнородной цепи определяется различием в работах выхода электронов из крайних проводников и не зависит от числа и состава промежуточных звеньев. Поэтому в первом случае

$$E_1 = \frac{A_{\text{Al}} - A_{\text{Pt}}}{el} = \frac{4,25 - 5,32}{5 \cdot 10^{-3}} = -214 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1},$$

во втором

$$E_2 = \frac{A_{\text{Al}} - A_{\text{Cu}}}{el} = \frac{4,25 - 4,4}{5 \cdot 10^{-3}} = -30 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}.$$

1.28. Ток в цепи, состоящей из термопары сопротивлением 5 Ом и гальванометра сопротивлением 8 Ом, равен 0,5 мА в случае, когда спай термопары помещен в сосуд с кипящей водой. Чему равна удельная термоЭДС термопары при температуре окружающей среды 20 °С?

1.29. Один спай термопары помещен в печь с температурой 200 °С, другой находится при температуре 20 °С. Вольтметр показывает при этом термоЭДС 1,8 мВ. Чему равна термоЭДС, если второй спай термопары поместить в сосуд: а) с тающим льдом; б) с кипящей водой? Относительную удельную термоЭДС во всем температурном диапазоне 0 – 200 °С считать постоянной.

1.30. Вычислить, во сколько раз сопротивление R медного (алюминиевого) провода круглого сечения диаметром $d = 1$ мм на частоте $f = 10$ МГц больше сопротивления R_0 этого провода постоянному электрическому току.

1.31. Вычислить глубину проникновения электромагнитного поля в медный (алюминиевый) проводник на частотах 50 Гц и 1 МГц.

1.32. Определить отношение глубин проникновения электромагнитного поля в алюминиевый и медный проводники на частоте 50 Гц и 1 МГц.

1.33. Найти сопротивление квадрата поверхности плоского проводника из меди на частоте 10 МГц. Удельное сопротивление меди постоянному току принять равным 0,017 мкОм·м.

1.34. Как изменится активное сопротивление катушки индуктивности, изготовленной из медного провода диаметром 5 мм, на частоте 5 МГц, если медный провод покрыть слоем серебра толщиной 30 мкм.

1.35. Определить отношение глубин проникновения электромагнитного поля в алюминиевый и стальной проводники на частоте 50 Гц и 1 МГц. При расчете полагать, что для малоуглеродистой стали $\mu = 1000$; $\rho = 0,1$ мкОм·м.

1.36. Найти сопротивление квадрата поверхности плоского проводника из латуни на частоте 10 МГц. Удельное сопротивление латуни постоянному току принять равным 0,08 мкОм·м.

Тема 2. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Цель занятия: закрепление теоретических знаний о механизмах поляризации диэлектриков в электрическом поле, под действием механических напряжений, спонтанной поляризации; приобретение практических навыков расчета параметров пассивных и активных диэлектриков.

Поляризованность P характеризует интенсивность поляризации диэлектрика, такого состояния вещества, при котором его элементарный объем приобретает электрический момент,

$$P = nql, \text{ Кл}\cdot\text{м}^{-2}, \quad (2.1)$$

где q – величина заряда одного диполя, Кл; l – расстояние между центрами положительного и отрицательного заряда, м; n – число диполей в 1 м^3 . Поляризованность совпадает по значению с поверхностной плотностью зарядов, возникающих на поверхности диэлектрика.

Индукцирование электрического момента в единице объема диэлектрического материала может происходить под действием электрического поля, механических напряжений или самопроизвольно (спонтанно).

Поляризация в электрическом поле – это процесс смещения связанных зарядов на ограниченное расстояние или поворот диполей под действием внешнего электрического поля. В зависимости от вида заряда и расстояния, на которое он способен перемещаться, различают электронную, ионную, дипольную (ориентационную), миграционную поляризацию.

Если диэлектрик находится между обкладками конденсатора, то вследствие поляризации заряд конденсатора увеличивается в ϵ раз при том же значении электрического напряжения U . Величина ϵ называется относительной диэлектрической проницаемостью и представляет собой отношение суммарного заряда Q конденсатора с диэлектриком к заряду Q_0 того же конденсатора, между электродами которого находится вакуум

$$\epsilon = \frac{Q}{Q_0} = \frac{Q_0 + Q_d}{Q_0} = 1 + \frac{Q_d}{Q_0}, \quad (2.2)$$

где Q_d – заряд конденсатора, обусловленный поляризацией диэлектрика. Заряд конденсатора

$$Q = CU, \text{ Кл.} \quad (2.3)$$

Емкость конденсатора с диэлектриком

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S}{d}, \text{ Ф,} \quad (2.4)$$

где $\epsilon_0 \approx 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$ – диэлектрическая постоянная; S – площадь электродов, м^2 ; d – расстояние между ними, м.

Удельный заряд конденсатора

$$\frac{Q}{S} = \frac{CU}{S} = \frac{\epsilon_0 \epsilon U}{d} = \epsilon_0 \epsilon E = D, \quad (2.5)$$

где $E = U/d$ – напряженность электрического поля, $\text{В} \cdot \text{м}^{-1}$; D – диэлектрическая индукция (смещение), $\text{Кл} \cdot \text{м}^{-2}$. Так как $Q/S = Q_0/S + Q_d/S$, то

$$D = \epsilon_0 E + \epsilon_0 (\epsilon - 1) E = \epsilon_0 E + \epsilon_0 \chi E = \epsilon_0 E + P, \quad (2.6)$$

где $\chi = \epsilon - 1$ – диэлектрическая восприимчивость диэлектрика; $P = \epsilon_0 \chi E$ – поляризованность диэлектрика, $\text{Кл} \cdot \text{м}^{-2}$. В сильных электрических полях линейная зависимость между поляризованностью и напряженностью поля нарушается.

Диэлектрическая проницаемость неоднородных диэлектриков.

Если плоский конденсатор с неоднородным диэлектриком можно рассматривать как m параллельно соединенных конденсаторов с однородными диэлектриками, то относительная диэлектрическая проницаемость неоднородного диэлектрика

$$\epsilon_H = \sum_{i=1}^{i=m} C_i \epsilon_i, \quad (2.7)$$

где C_i – объемная концентрация i компонента, m – количество параллельно расположенных компонентов неоднородного диэлектрика.

Если плоский конденсатор с неоднородным диэлектриком можно рассматривать как m последовательно соединенных конденсаторов с однородными диэлектриками, то

$$\frac{1}{\epsilon_H} = \sum_{i=1}^{i=m} C_i / \epsilon_i. \quad (2.8)$$

Диэлектрическую проницаемость сложных твердых диэлектриков, представляющих собой смесь химически не взаимодействующих друг с другом компонентов, при не очень большом различии значений их диэлектрических проницаемостей можно определить на основании уравнения

Лихтенеккера. В случае хаотического распределения обоих компонентов (например в керамике) уравнение Лихтенеккера имеет вид

$$\ln \varepsilon_c = C_1 \cdot \ln \varepsilon_1 + C_2 \cdot \ln \varepsilon_2, \quad (2.9)$$

где ε_c , ε_1 , ε_2 – относительные диэлектрические проницаемости смеси и отдельных компонентов соответственно; C_1 и C_2 – объемные концентрации компонентов, $C_1 + C_2 = 1$.

Поляризация под действием механических напряжений. Материалы, способные поляризоваться в отсутствие внешнего электрического поля под действием механических напряжений, называются пьезоэлектриками, а физическое явление электризации, сопровождающей деформацию, – пьезоэффектом. Его причиной служит смещение положительных и отрицательных ионов или отдельных фрагментов молекул в кристаллах, не имеющих центра симметрии.

Количественной мерой пьезоэффекта (основной характеристикой пьезоэлектрика) является пьезомодуль – коэффициент пропорциональности между поляризованностью (или электрической индукцией D , так как при $E = 0$ $P = D$) и механическим напряжением:

$$P = d\sigma, \quad (2.10)$$

где d – пьезомодуль, Кл·Н⁻¹; σ – механическое напряжение, Па.

Эффективность преобразования электрической энергии в механическую и обратно характеризует коэффициент электромеханической связи

$$k = \sqrt{W_{\text{ВЫХ}} / W_{\text{ВХ}}}, \quad (2.11)$$

где $W_{\text{ВЫХ}}$, $W_{\text{ВХ}}$ – плотность выходной преобразованной энергии и входной энергии соответственно, Дж·м⁻³.

Спонтанная поляризация. Если кристалл достаточно долго находится при постоянной температуре, наличие спонтанно поляризованного состояния внешне не проявляется, так как поле связанных зарядов нейтрализуется свободными носителями зарядов внутри диэлектрика или на его поверхности. Электризация диэлектриков при изменении температуры называется пьезоэлектрическим эффектом. Пьезоактивность диэлектрика оценивает пьезоэлектрический коэффициент

$$\gamma_{\text{пир}} = \Delta P / \Delta T, \text{ Кл} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}, \quad (2.12)$$

где ΔP – изменение спонтанной поляризации при изменении температуры на ΔT .

Пироэлектрики, вектор поляризованности которых может переориентироваться под действием внешнего электрического поля, являются сегнетоэлектриками.

Электропроводность диэлектриков. В общем случае ток в диэлектрике

$$I = I_{\text{см}} + I_{\text{абс}} + I_{\text{скв}}, \quad (2.13)$$

где $I_{\text{см}}$ – ток смещения, $I_{\text{абс}}$ – ток абсорбции, $I_{\text{скв}}$ – ток сквозной проводимости. Кратковременный ток смещения обусловлен быстрыми видами поляризации (электронным, ионным). Ток абсорбции обусловлен активными составляющими токов, связанных с замедленными (релаксационными) механизмами поляризации в полярных и неоднородных диэлектриках. Время протекания тока абсорбции зависит от типа диэлектрика и механизма поляризации. Во многих диэлектриках, используемых в качестве электрической изоляции, ток абсорбции устанавливается за время меньше 1 минуты. При постоянном напряжении после установления тока абсорбции через диэлектрик будет протекать ток сквозной проводимости.

Для твердых диэлектриков наиболее характерна ионная электропроводность. Для многих ионных кристаллов удельная электропроводность экспоненциально зависит от температуры

$$\gamma = q n \mu = \gamma_0 \exp(-W_a / kT), \quad (2.14)$$

где q – заряд иона, Кл; n – концентрация ионов, м^{-3} ; μ – подвижность носителей заряда, $\text{м}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$; γ_0 – константа, $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$; $W_a = W/2 + \nu$, $W = W_f$ или $W = W_s$ – энергия образования дефектов Френкеля или Шоттки в зависимости от типа дефектов, Дж; ν – энергия активации перемещения ионов, Дж; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$ – постоянная Больцмана; T – температура, К.

В низкотемпературной области проводимость в основном определяется примесными ионами, в высокотемпературной области – собственными ионами.

Поверхностное сопротивление твердого диэлектрика зависит от природы диэлектрика, температуры, влажности, приложенного напряжения и характеризуется удельным поверхностным сопротивлением ρ_s , Ом.

Поверхностное сопротивление диэлектрика

$$R_s = \rho_s \frac{l}{b}, \quad (2.15)$$

где l – расстояние между электродами, м; b – ширина электрода, м.

Полная электрическая проводимость твердого диэлектрика определяется суммированием объемной и поверхностной проводимостей.

Диэлектрические потери – часть энергии электрического поля, которая рассеивается в диэлектрике в виде тепла. Потери энергии в диэлектрике обусловлены протеканием сквозного (объемного и поверхностного) тока и процессами установления поляризации при изменении напряженности электрического поля.

Потери мощности на нагрев диэлектрика в постоянном электрическом поле

$$P = U^2 / R, \text{ Вт}, \quad (2.16)$$

где U – напряжение, В; R – сопротивление диэлектрика, Ом. Потери мощности в единице объема диэлектрика называются удельными электрическими потерями и определяются по формуле

$$P_{\text{уд}} = E^2 / \rho, \text{ Вт/м}^3, \quad (2.17)$$

где E – напряженность электрического поля, В·м⁻¹; ρ – удельное электрическое сопротивление, Ом·м.

В переменном электрическом поле кроме потерь на электропроводность в диэлектриках возникают релаксационные, ионизационные, резонансные потери.

Для количественной оценки потерь энергии используется *тангенс угла диэлектрических потерь* $\text{tg}\delta$. В конденсаторе с идеальным диэлектриком, то есть диэлектриком без потерь, вектор тока I_c опережает вектор напряжения U на 90°. В реальных диэлектриках угол сдвига фаз ϕ между током и напряжением меньше 90° за счет потерь, обусловленных протеканием активного тока I_a . Векторные диаграммы и схемы замещения для диэлектрика с потерями показаны на рисунке.

Угол δ , дополняющий угол сдвига фаз между током и напряжением до 90°, называется *углом диэлектрических потерь*.

Диэлектрические потери для параллельной схемы

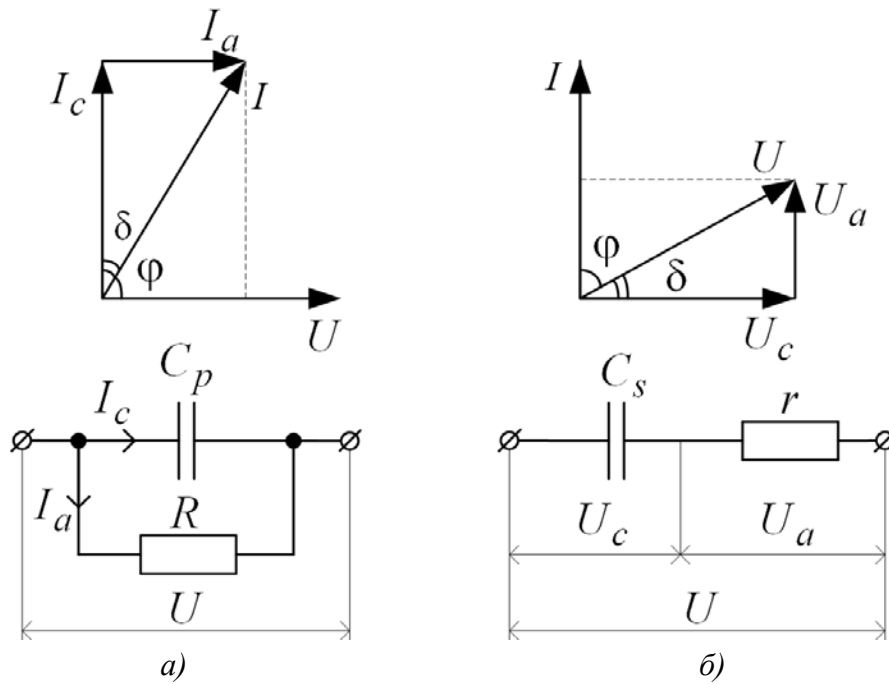
$$P = U^2 \omega C_p \text{tg}\delta, \quad (2.18)$$

где $\text{tg}\delta = I_a / I_c = 1 / \omega C_p R$; $\omega = 2\pi f$ – угловая частота, рад·с⁻¹; f – частота, Гц.

Диэлектрические потери для последовательной схемы

$$P = \frac{U^2 \omega C_s \text{tg}\delta}{1 + \text{tg}^2 \delta}, \quad (2.19)$$

где $\text{tg}\delta = U_r / U_c = \omega C_s r$.



Векторные диаграммы и схемы замещения диэлектрика с потерями: *a* – параллельная, *б* – последовательная

Для качественных диэлектриков с малыми потерями можно пренебречь значением $\operatorname{tg}^2\delta$ по сравнению с единицей, и в этом случае выражения для мощности, рассеиваемой в диэлектрике, будут одинаковы для обеих схем:

$$P = U^2 \omega C \operatorname{tg} \delta. \quad (2.20)$$

Удельные диэлектрические потери определяются выражением

$$P_{\text{уд}} = \frac{P}{V} = \omega \epsilon_0 \epsilon \operatorname{tg} \delta E^2 = \frac{\epsilon f \operatorname{tg} \delta}{1,8 \cdot 10^{10}} E^2 = \gamma_a E^2, \quad (2.21)$$

где $\gamma_a = (\epsilon f \operatorname{tg} \delta) / (1,8 \cdot 10^{10})$ – активная составляющая удельной проводимости диэлектрика, $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Полная удельная проводимость может быть представлена в виде комплексной величины

$$\bar{\gamma} = \gamma_a + j\gamma_c = \frac{\epsilon f}{1,8 \cdot 10^{10}} (\operatorname{tg} \delta + j), \quad (2.22)$$

где γ_c – реактивная составляющая удельной проводимости.

Частотная зависимость потерь мощности в диэлектрике определяется характером зависимостей тангенса угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta$ и относительной диэлектрической проницаемости ϵ от частоты.

Диэлектрик, обладающий диэлектрическими потерями, можно характеризовать **комплексной диэлектрической проницаемостью**

$$\bar{\epsilon} = \epsilon - j\epsilon', \quad (2.23)$$

где действительная часть ε представляет собой относительную диэлектрическую проницаемость, а мнимая часть $\varepsilon' = \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \delta$ – коэффициент диэлектрических потерь.

Минимальное напряжение $U_{\text{пр}}$, приводящее к образованию в диэлектрике электропроводящего канала, называется пробивным напряжением. **Электрическая прочность**, то есть способность диэлектрика сохранять высокое удельное сопротивление, характеризуется напряженностью электрического поля при пробое изоляции в однородном электрическом поле

$$E_{\text{пр}} = U_{\text{пр}} / d, \text{ В/м}, \quad (2.24)$$

где $U_{\text{пр}}$ – пробивное напряжение, В; d – толщина диэлектрика, м. Электрическая прочность не является фундаментальным параметром материала. Различают следующие механизмы пробоя диэлектриков: электрический, электротепловой, электрохимический, поверхностный, ионизационный.

В режиме, близком к электрическому пробое, зависимость удельной проводимости от напряженности поля описывается эмпирической формулой Пуля

$$\gamma = \gamma_0 \exp(\beta_1 E), \quad (2.25)$$

а в некоторых случаях формулой Френкеля

$$\gamma = \gamma_0 \exp(\beta_2 \sqrt{E}), \quad (2.26)$$

где γ_0 – удельная проводимость в области независимости γ от E , β_1, β_2 – коэффициенты, характеризующие материал.

Задачи

2.1. Нормально вектору напряженности однородного электрического поля $E_0 = 100 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$ расположена пластина изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Определить: а) напряженность поля E и электрическое смещение (электрическую индукцию) D внутри пластины; б) поляризованность диэлектрика P и поверхностную плотность связанных зарядов σ .

Решение

а) Среднее макроскопическое электрическое поле E в диэлектрике в ε раз меньше внешнего: $E = 100/2 = 50 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$. Для большинства диэлектриков поляризованность пропорциональна напряженности поля:

$$P = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (2 - 1) \cdot 50 = 4,42 \cdot 10^{-10}, \text{ Кл} \cdot \text{м}^{-2}.$$

В изотропных диэлектриках векторы напряженности электрического поля и поляризованности совпадают по направлению, а электрическое смещение

$$D = \epsilon_0 E + P = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 50 + 4,42 \cdot 10^{-10} = 8,85 \cdot 10^{-10}, \text{ Кл}\cdot\text{м}^{-2}.$$

б) Поляризованность однородного плоского диэлектрика в равномерном электрическом поле равна поверхностной плотности связанных зарядов:

$$\sigma = P = 4,42 \cdot 10^{-10}, \text{ Кл}\cdot\text{м}^{-2}.$$

2.2. Вычислить поляризованность монокристалла каменной соли, считая, что смещение ионов под действием электрического поля от положения равновесия составляет 1% расстояния между ближайшими соседними ионами. Элементарная ячейка кристалла имеет форму куба, расстояние между соседними ионами $a = 0,28$ нм.

2.3. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, определить напряженность электрического поля, действующего на монокристалл каменной соли, если ее диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 5,65$. Вычислить коэффициент упругой связи ионов $k_{\text{упр}}$ в кристалле, полагая, что напряженность внутреннего электрического поля равна напряженности внешнего поля.

2.4. Между пластинами плоского конденсатора без воздушных промежутков зажат лист гетинакса толщиной $h = 1$ мм. На конденсатор подано напряжение $U = 200$ В. Определить поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора q_1 и на диэлектрике q_d . Диэлектрическую проницаемость материала принять равной 6.

2.5. Композиционный керамический материал изготовлен на основе двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями $\epsilon_1 = 40$ и $\epsilon_2 = 80$. Предполагая хаотическое распределение компонентов, определить состав термокомпенсированной керамики, если $\alpha_{\epsilon 1} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$, $\alpha_{\epsilon 2} = -1,5 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Чему равна диэлектрическая проницаемость композиционного диэлектрика?

2.6. Определить плотность вспененного полистирола (пенополистирола), имеющего диэлектрическую проницаемость $\epsilon_{\text{всп}} = 1,5$. Какую долю объема этого материала занимает воздух? Вспениванию подвергался полистирол с параметрами $\epsilon = 2,6$; $d = 1050 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$.

2.7. Две противоположные грани куба с ребрами $a = 10$ мм из диэлектрического материала с удельным объемным сопротивлением $\rho_v = 10^{10} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ и удельным поверхностным сопротивлением $\rho_s = 10^{11} \text{ Ом}$ покрыты металлическими электродами. Определить ток, протекающий через эти грани куба при постоянном напряжении $U_0 = 2$ кВ.

2.8. Пленочный конденсатор из поликарбоната с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$ теряет за время 30 мин половину сообщенного ему заряда. Полагая, что утечка заряда происходит только через пленку диэлектрика, определить его удельное сопротивление.

2.9. Цилиндрический стержень диаметром 10 мм и длиной 20 мм из диэлектрика с удельным объемным сопротивлением 10^{13} Ом·м и удельным поверхностным сопротивлением 10^{14} Ом покрыт с торцов металлическими электродами. Чему равно сопротивление между электродами?

2.10. Между плоскими электродами площадью $S = 2 \cdot 10^{-4}$ м² размещены соединенные последовательно две пластины из различных диэлектрических материалов. Один из них имеет: диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_1 = 2$; удельную проводимость $\gamma_1 = 10^{-6}$ Ом⁻¹·м⁻¹; толщину $h_1 = 1$ см; другой имеет: $\varepsilon_2 = 3$; $\gamma_2 = 10^{-10}$ Ом⁻¹·м⁻¹; $h_2 = 2$ см. В момент времени $t = 0$ к электродам подключено постоянное напряжение $U = 5$ кВ. Определить напряженность электрического поля в обоих диэлектриках в моменты времени $t = 0$ и $t \rightarrow \infty$. Найти напряженность электрического поля в этих диэлектриках при $t \rightarrow \infty$, если к электродам приложено переменное напряжение $U = 20$ В частотой $f = 50$ МГц.

Решение

При постоянном напряжении в момент времени $t = 0$ напряженность поля в обоих диэлектриках равна нулю, так как процесс поляризации в них еще не произошел.

При $t \rightarrow \infty$ распределение постоянного напряжения между пластинами диэлектриков определяется их активными сопротивлениями R_1 и R_2 : $U_1/U_2 = R_1/R_2$, где

$$R_1 = h_1 / (\gamma_1 S) = 10^{-2} / (10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-4}) = 5 \cdot 10^7 \text{ Ом},$$

$$R_2 = h_2 / (\gamma_2 S) = 2 \cdot 10^{-2} / (10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^{-4}) = 10^{12} \text{ Ом}.$$

Отсюда следует, что $U_1 \ll U_2$. Так как $U = U_1 + U_2$, то напряженность электрического поля в диэлектриках:

$$E_1 = U_1 / h_1 = 100 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1},$$

$$E_2 = U_2 / h_2 = 9,9995 \cdot 10^5 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}.$$

На переменном напряжении при $t \rightarrow \infty$ распределение напряжения между диэлектриками определяется модулями полных сопротивлений слоев. Емкостные сопротивления слоев:

$$x_{C1} = h_1 / (2\pi f \varepsilon_0 \varepsilon_1 S),$$

$$x_{C2} = h_2 / (2\pi f \epsilon_0 \epsilon_2 S),$$

$$x_{C1} = 10^{-2} / (6,28 \cdot 50 \cdot 10^6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}) \approx 9 \cdot 10^3 \text{ Ом},$$

$$x_{C2} = 2 \cdot 10^{-2} / (6,28 \cdot 50 \cdot 10^6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^{-4}) \approx 1,2 \cdot 10^4 \text{ Ом}.$$

Так как $x_{C1} \ll R_1$ и $x_{C2} \ll R_2$, то $U_1/U_2 = x_{C1}/x_{C2}$.

Отсюда $E_1 = 857 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$, $E_2 = 571 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$.

2.11. Кубик из диэлектрика с ребром 0,06 м имеет удельное объемное сопротивление $10^{12} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ и удельное поверхностное сопротивление $5 \cdot 10^{12} \text{ Ом}$. На противоположные грани кубика нанесены электроды, к которым приложено напряжение частотой 1 МГц. Определить модуль комплексной проводимости кубика на этой частоте, если его диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 60$.

2.12. При комнатной температуре тангенс угла диэлектрических потерь ультрафарфора $\text{tg}\delta_0 = 5 \cdot 10^{-4}$, а при повышении температуры до 100 °С он возрастает в два раза. Чему равен $\text{tg}\delta$ этого материала при температуре 200 °С? Во сколько раз увеличится активная мощность, выделяющаяся в высокочастотном проходном изоляторе из этого материала, при изменении температуры от 20 до 200 °С? Изменением диэлектрической проницаемости керамики пренебречь.

Решение

Потери в ультрафарфоре обусловлены сквозной электропроводностью, поэтому тангенс угла диэлектрических потерь увеличивается с температурой по экспоненциальному закону: $\text{tg}\delta_T = \text{tg}\delta_0 \exp[\alpha(T - T_0)]$, где $\text{tg}\delta_0$ – значение при $T_0 = 20 \text{ °С}$, α – температурный коэффициент $\text{tg}\delta$, который может быть найден из выражения

$$\alpha = \frac{\ln \text{tg}\delta_{100} - \ln \text{tg}\delta_0}{100 - 20} = 8,66 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}.$$

Тогда $\text{tg}\delta_{200} = 2,38 \cdot 10^{-3}$.

Выделяющаяся в изоляторе активная мощность P_a растет с температурой пропорционально $\text{tg}\delta$. Поэтому

$$\frac{P_{a200}}{P_{a0}} = \frac{\text{tg}\delta_{200}}{\text{tg}\delta_0} = \frac{2,38 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-4}} = 4,76.$$

2.13. На электроды куба из диэлектрического материала подано переменное напряжение $U = 10 \text{ В}$ частотой $f = 1 \text{ МГц}$. Требуется:

а) определить тангенс угла диэлектрических потерь для этого материала, удельные потери p , коэффициент диэлектрических потерь ϵ'' ;

б) получить выражение для комплексной диэлектрической проницаемости ϵ на частоте 1 МГц, если диэлектрическая проницаемость материала $\epsilon = 2,8$. При расчете полагать, что потери в диэлектрике обусловлены его электропроводностью.

2.14. Активная мощность рассеяния P_{a1} в кабеле с изоляцией из полиэтилена при напряжении $U = 20$ В частотой 1 МГц равна 200 мкВт. Чему равна активная мощность рассеяния P_{a2} в этом же кабеле при напряжении 10 В частотой 2 МГц? Считать, что потери в полиэтилене обусловлены только сквозной электропроводностью.

2.15. Определить коэффициент потерь неполярного диэлектрика на частоте 1 МГц, если удельное сопротивление материала равно 10^{15} Ом·м.

2.16. Известно, что при тепловом пробое в равномерном поле диэлектрик однородной структуры толщиной 2 мм, расположенный между электродами площадью 2 см^2 , пробивается при напряжении 15 кВ. При каком напряжении пробьется этот же диэлектрик, если его расположить между электродами площадью 3 см^2 ?

2.17. Известно, что при тепловом пробое диэлектрик толщиной 4 мм пробивается при напряжении 15 кВ на частоте 100 Гц. При каком напряжении промышленной частоты пробьется такой же диэлектрик толщиной 2 мм?

2.18. 1. Предполагая отсутствие рассеяния теплоты в окружающее пространство, определить, на сколько увеличится температура полиэтиленового изолятора толщиной 1 см после нахождения его в течение 30 с в переменном однородном электрическом поле частотой 1 МГц при напряжении 10 кВ. Принять удельную теплоемкость изолятора $c = 2,25 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); плотность $d = 940 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$; $\epsilon = 2,4$; $\text{tg} \delta = 4 \cdot 10^{-4}$.

2. Провести аналогичный расчет для изолятора из электротехнического фарфора той же толщины, если его теплоемкость $c = 1,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); плотность $d = 2500 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$; $\epsilon = 7$; $\text{tg} \delta = 10^{-2}$.

Решение

Мощность, рассеиваемая в диэлектрике толщиной h , расположенном между электродами площадью S ,

$$P_a = U^2 \omega C \text{tg} \delta = (U^2 2\pi f \epsilon \epsilon_0 S \text{tg} \delta) / h.$$

Количество теплоты, которое выделяется в объеме изолятора за время t ,

$$Q = P_a t.$$

Зная габариты изолятора и удельную теплоемкость материала, можно определить повышение температуры

$$\Delta T = \frac{Q}{cdV} = \frac{P_a t}{cdSh} = \frac{U^2 2\pi f \epsilon \epsilon_0 t \operatorname{tg} \delta}{cdh^2}.$$

1. Для полиэтилена

$$\Delta T = \frac{(10^4)^2 \cdot 2\pi \cdot 10^6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2,4 \cdot 30 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2,25 \cdot 10^3 \cdot 940 \cdot (10^{-2})^2} = 0,76 \text{ К.}$$

2. Для электротехнического фарфора $\Delta T = 42,4 \text{ К}$.

Для снижения тепловыделения, обусловленного диэлектрическими потерями, необходимо, чтобы не только $\operatorname{tg} \delta$, но и ϵ были малыми. Отсюда вытекает важное требование малого коэффициента диэлектрических потерь $\epsilon'' = \epsilon \operatorname{tg} \delta$ высокочастотных электроизоляционных материалов.

2.19. Спонтанная поляризованность монокристаллов титаната бария при комнатной температуре равна $0,25 \text{ Кл}\cdot\text{м}^{-2}$. Предполагая, что причиной возникновения спонтанной поляризации является только смещение иона титана из центра элементарной кубической ячейки, определить это смещение. Период идентичности a решетки принять равным $0,4 \text{ нм}$.

Решение

Поляризованность есть электрический момент единицы объема:

$$P = q\Delta l / V_0,$$

где q – заряд иона; Δl – смещение; V_0 – объем элементарной ячейки. Заряд иона титана Ti^{4+} $q = 4e$, $V_0 = a^3$. Тогда $\Delta l = PV_0/q = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 0,025 \text{ нм}$.

2.20. Известно, что ниобат калия кристаллизуется в структуре перовскита с периодом решетки $c \approx a = 0,4 \text{ нм}$. Определить электрический дипольный момент на одну элементарную ячейку, если спонтанная поляризованность этого сегнетоэлектрика $P = 0,3 \text{ мКл}\cdot\text{м}^{-2}$.

Тема 3. МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Цель занятия: изучение механизмов намагничивания и основных характеристик магнитных материалов, приобретение практических навыков расчета магнитных и электрических параметров ферро- и ферримагнетиков, определяющих их применение в электронных средствах.

Намагниченность I , $\text{А}\cdot\text{м}^{-1}$, определяется как отношение суммарного магнитного момента M , $\text{А}\cdot\text{м}^2$, равномерно намагниченного вещества к его объему V , м^3 ,

$$I = M / V. \quad (3.1)$$

Магнитный момент вещества находится векторным суммированием атомных магнитных моментов. Магнитный момент атома $M_{ат}$ представляет векторную сумму орбитальных и спиновых магнитных моментов всех z электронов атома

$$M_{ат} = \sum_1^z M_{орб} + \sum_1^z M_{сп}. \quad (3.2)$$

В отсутствие внешнего магнитного поля магнитный момент атома не равен нулю только при наличии незаполненной электронной оболочки. В заполненных электронных оболочках орбитальные и спиновые магнитные моменты электронов скомпенсированы.

В качестве единицы измерения магнитных моментов электронов и атомных систем, магнетизм которых обусловлен движением электронов, применяется магнетон Бора $\mu_B = e \cdot \hbar / 2m = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж·Тл⁻¹, где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона, $\hbar = h/2\pi$ – постоянная Планка.

Намагниченность вещества зависит от напряженности намагничивающего поля H , А·м⁻¹,

$$I = \chi \cdot H, \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}, \quad (3.3)$$

где χ – величина, характеризующая свойство вещества намагничиваться в магнитном поле и называемая магнитной восприимчивостью этого вещества.

Удельная магнитная восприимчивость определяется соотношением

$$\chi_{уд} = \chi / \rho, \text{ м}^3 \cdot \text{К}^{-1}, \quad (3.4)$$

где ρ – плотность вещества, кг·м⁻³.

Молярная магнитная восприимчивость определяется соотношением

$$\chi_m = \chi_{уд} M = \frac{\chi}{\rho} M = \chi V_m, \text{ м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}, \quad (3.5)$$

где V_m – молярный объем, м³·моль⁻¹; M – молярная масса, кг·моль⁻¹.

Напряженность магнитного поля в центре кругового контура с током I , А,

$$H = \frac{I}{2R}, \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}, \quad (3.6)$$

где R – радиус кольца, м.

Напряженность магнитного поля в центре длинного соленоида

$$H = \frac{N}{l \cdot I}, \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}, \quad (3.7)$$

где N – число витков соленоида; l – его длина, м; I – сила тока в нем, А. Напряженность магнитного поля в кольцевом сердечнике

$$H = \frac{N \cdot I}{l_{\text{ср}}} = \frac{N \cdot I}{2\pi R_{\text{ср}}}, \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}, \quad (3.8)$$

где N – число витков, I – сила тока, А; $l = 2\pi R_{\text{ср}}$ – средняя длина магнитного контура в сердечнике, м; $R_{\text{ср}}$ – среднее значение радиуса сердечника, м.

Магнитная индукция

$$B = \mu_0 H + \mu_0 I = \mu_0 (1 + \kappa) H = \mu_0 \mu H = \mu_a H, \text{ Тл}, \quad (3.9)$$

где μ_a – абсолютная магнитная проницаемость, Гн·м⁻¹; μ – относительная магнитная проницаемость; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн·м⁻¹ – магнитная постоянная.

Основная кривая намагничивания – это зависимость магнитной индукции B (или намагниченности I) от напряженности поля H , полученная на предварительно размагниченных образцах. Начальная магнитная проницаемость

$$\mu_{\text{нач}} = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{B}{\mu_0 H} \quad (3.10)$$

максимальная магнитная проницаемость

$$\mu_{\text{макс}} = \frac{B_{\mu_{\text{макс}}}}{\mu_0 H_{\mu_{\text{макс}}}}. \quad (3.11)$$

Магнитные потери. Процесс перемагничивания магнитных материалов в переменном поле связан с потерями части мощности магнитного поля. Эту мощность, поглощаемую магнитным материалом единичной массы и рассеиваемую в виде тепла, называют удельными магнитными потерями P . Магнитные потери складываются из потерь на гистерезис и динамических потерь. Динамические потери вызываются прежде всего вихревыми токами и, частично, магнитным последствием (магнитной вязкостью).

Потери на гистерезис. Мощность потерь на гистерезис P_{Γ} , Вт·кг⁻¹, определяется формулой

$$P_{\Gamma} = \eta f B_{\text{макс}}^n, \quad (3.12)$$

где η – коэффициент, зависящий от природы материала; $B_{\text{макс}}$ – максимальная магнитная индукция в течение цикла, Тл; n – показатель степени, имеющий значение в зависимости от $B_{\text{макс}}$ в пределах от 1,6 до 2; f – частота, Гц.

Потери на вихревые токи обусловлены электрическими токами, которые индуцирует в материале магнитный поток. Мощность потерь на вихревые токи $P_{\text{вт}}$, Вт·кг⁻¹, в общем виде определяется формулой

$$P_{\text{вт}} = \xi f^2 B_{\text{макс}}^2, \quad (3.13)$$

где ξ – коэффициент, зависящий от природы магнитного материала (в частности, от его удельного электрического сопротивления), а также его формы. Для листовых образцов магнитного материала

$$P_{\text{вт}} = \frac{1,64h^2 f^2 B_{\text{макс}}^2}{d\rho}, \quad (3.14)$$

где h – толщина листа, м; ρ – удельное электрическое сопротивление, Ом·м; d – плотность материала, кг·м⁻³.

Потери на магнитную вязкость (магнитное последствие) нельзя рассчитать аналитически. Мощность потерь определяется как разность между удельными магнитными потерями P и суммой потерь на гистерезис $P_{\text{г}}$ и вихревые токи $P_{\text{вт}}$

$$P_{\text{мп}} = P - (P_{\text{г}} + P_{\text{вт}}). \quad (3.15)$$

Тангенс угла магнитных потерь $\text{tg } \delta_{\text{м}}$ характеризует динамические свойства магнитных материалов. При перемагничивании в переменном поле имеет место отставание по фазе магнитной индукции от напряженности магнитного поля. Угол отставания $\delta_{\text{м}}$ называется углом магнитных потерь. В самых слабых полях в области обратимых процессов перемагничивания магнитная проницаемость постоянна. Петля гистерезиса вырождается в прямую линию. В этом случае при синусоидальном поле индукция будет изменяться синусоидально и совпадать по фазе с напряженностью поля. При увеличении амплитуды напряженности перемагничивающего поля форма петель гистерезиса близка к эллипсу. В этом случае, если напряженность магнитного поля $H = H_m \sin \omega t$, то индукция $B = B_m \sin(\omega t - \delta_{\text{м}})$. На рис. 3.1 представлена эквивалентная последовательная схема замещения и векторная диаграмма тороидальной катушки индуктивности с сердечником из магнитного материала.

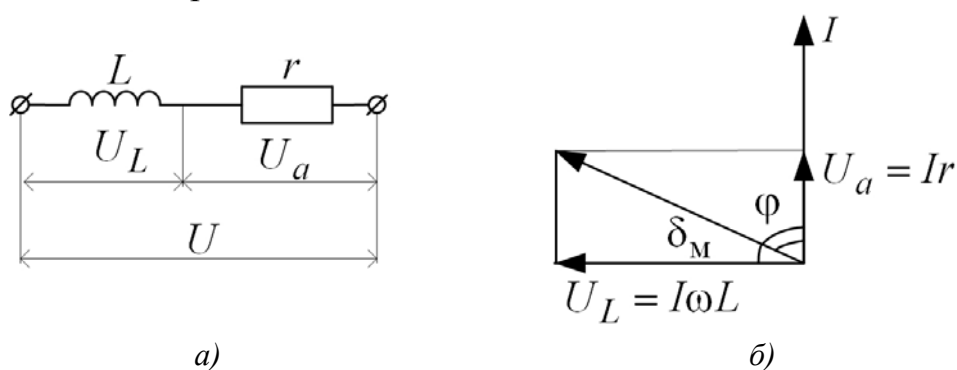


Рис. 3.1. Эквивалентная схема замещения (а) и векторная диаграмма (б) катушки индуктивности с магнитным сердечником

Активное сопротивление r эквивалентно всем видам магнитных потерь, потерям в обмотке и электрической изоляции. Если пренебречь сопротивлением обмотки катушки и ее собственной емкостью, то из векторной диаграммы

$$\operatorname{tg} \delta_m = \frac{r}{\omega L} = \frac{1}{Q}, \quad (3.16)$$

где $\omega = 2\pi f$ – угловая частота, с^{-1} ; f – частота, Гц; L – индуктивность катушки, Гн; Q – добротность катушки.

Активная мощность

$$P_a = I^2 \omega L \cdot \operatorname{tg} \delta_m. \quad (3.17)$$

Индукцию, возникающую в магнитном материале под действием магнитного поля, можно представить в виде двух составляющих: одна составляющая $B_{m1} = B_m \cos \delta_m$ совпадает по фазе с напряженностью поля и связана с обратимыми процессами превращения энергии при перемагничивании; другая отстает на 90° от напряженности поля, связанной с необратимыми потерями энергии, и равна $B_{m2} = B_m \sin \delta_m$.

Комплексная магнитная проницаемость применяется для характеристики магнитных свойств материалов, используемых в цепях переменного тока

$$\mu = \mu' - i\mu'', \quad (3.18)$$

где i – мнимая единица;

$$\mu' = \mu = \frac{1}{\mu_0} \frac{B_{m1}}{H_m} \quad (3.19)$$

– упругая магнитная проницаемость;

$$\mu'' = \frac{1}{\mu_0} \frac{B_{m2}}{H_m} \quad (3.20)$$

– вязкая магнитная проницаемость или проницаемость потерь.

Тангенс угла магнитных потерь

$$\operatorname{tg} \delta_m = \frac{\mu''}{\mu'}. \quad (3.21)$$

Задачи

3.1. Диамагнитная восприимчивость меди $k_m = -9,5 \cdot 10^{-6}$. Определите намагниченность и магнитную индукцию в медном проводе при воздействии на него однородного магнитного поля напряженностью $1000 \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}$. Укажите, как ориентированы векторы намагниченности и магнитной индукции относительно друг друга.

3.2. При насыщении магнитная индукция чистого железа $B = 2,2$ Тл. Учитывая, что элементарная ячейка кристаллической решетки железа представляет собой объемно-центрированный куб с ребром $a = 0,286$ нм, рассчитать магнитный момент, приходящийся на один атом железа (в магнетонах Бора).

Решение

При магнитном насыщении ферромагнетиков $H \ll I$, поэтому $I \approx B/\mu_0$. Число атомов железа в единице объема $N = K/a^3$, где K – кратность элементарной ячейки, то есть число атомов, приходящихся на одну ячейку. В случае объемно-центрированного куба $K = 2$.

Магнитный момент, приходящийся на один атом,

$$M = \frac{I}{m_B N} \approx \frac{Ba^3}{\mu_0 K m_B} = \frac{2,2 \cdot (0,286 \cdot 10^{-9})^3}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 9,274 \cdot 10^{-21}} = 2,21.$$

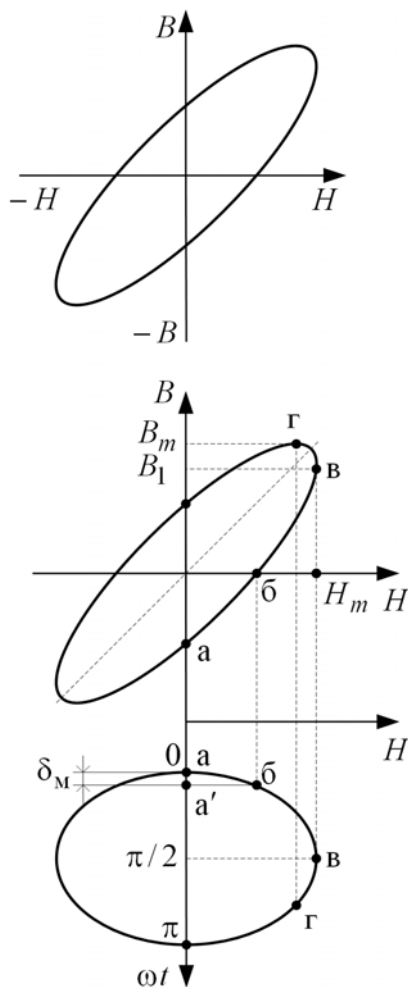


Рис. 3.2. Динамическая петля гистерезиса

Полученный результат показывает, что в кристаллической решетке железа число нескомпенсированных спинов в расчете на один атом меньше, чем в свободном атоме железа, магнитный момент которого $M_{Fe} = 4\mu_B$.

3.3. Магнитная индукция насыщения металлического никеля, имеющего плотность 8960 кг·см⁻³, равна $0,65$ Тл. Определить магнитный момент, приходящийся на один атом никеля (в магнетонах Бора).

3.4. В однородное магнитное поле индукцией B_0 перпендикулярно магнитному потоку помещена плоскопараллельная пластина из однородного изотропного ферромагнетика с магнитной проницаемостью μ . Определить магнитную индукцию B_1 и напряженность магнитного поля H_1 внутри ферромагнетика.

3.5. При напряженности магнитного поля $H = 10^4$ А·м⁻¹ магнитная индукция в висмуте $B = 12,564$ мТл. Определить магнитную восприимчивость k_M вещества. Какой вывод можно сделать о природе намагниченности?

3.6. На рис. 3.2 изображена динамическая петля гистерезиса тороидального магнитного сер-

дечника, полученная на частоте 1 МГц. Путем графических построений с последующим расчетом найти тангенс угла магнитных потерь и добротность сердечника. Определить активную мощность, выделяющуюся в сердечнике, используемом в катушке индуктивностью $L = 10$ мГн, если по обмотке катушки проходит ток $I = 1$ мА частотой 1 МГц.

Получите выражение для комплексной магнитной проницаемости материала сердечника, полагая, что его эффективная магнитная проницаемость на частоте 1 МГц равна 200.

Решение

На высоких частотах изменения индукции в ферромагнетике отстают от изменения напряженности магнитного поля на угол δ_m , который называется углом магнитных потерь. Этот угол определяется длиной отрезка aa' (см. рис. 3.2) на зависимости $H = H_m \sin \omega t$.

Точка „а“ соответствует моменту времени, когда $H = 0$, а точка „а'“ – моменту, когда $B = 0$. Из рис. 3.2 следует, что $\delta_m \approx \pi/8$ и $\operatorname{tg} \delta_m = 0,414$. Добротность сердечника $Q_m = (\operatorname{tg} \delta_m)^{-1} = 2,41$.

Активная мощность, выделяющаяся в сердечнике

$$P_a = I^2 \omega L \operatorname{tg} \delta_m = (10^{-3})^2 \cdot 2\pi \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0,414 = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ Вт.}$$

Комплексная магнитная проницаемость $\tilde{\mu} = \mu' - j\mu''$, где $\mu' = \mu$; $\mu'' = \operatorname{tg} \delta_m$, то есть $\tilde{\mu} = 200 - j82,8$.

3.7. В сердечнике трансформатора удельные магнитные потери на гистерезис и на вихревые токи при частоте 2 кГц равны и составляют $2 \text{ Вт} \cdot \text{кг}^{-1}$. Определить суммарные удельные магнитные потери в сердечнике при частоте 400 Гц, если максимальная магнитная индукция на нем та же, что и на частоте 2 кГц.

3.8. На частоте 50 Гц удельные потери на вихревые токи в сердечнике из электротехнической стали при индукции магнитного поля B , равной 1,2 Тл, составляют $6,5 \text{ Вт} \cdot \text{кг}^{-1}$. Определить потери на вихревые токи в сердечнике на частоте 400 Гц при магнитной индукции 0,5 Тл, если масса сердечника $m = 0,5$ кг.

3.9. В сердечнике трансформатора суммарные удельные магнитные потери на гистерезис и на вихревые токи при частотах 1 и 2 кГц составляют соответственно 2 и $6 \text{ Вт} \cdot \text{кг}^{-1}$ (при неизменной максимальной индукции в сердечнике). Рассчитать магнитные потери на вихревые токи в сердечнике на частоте 2 кГц.

Решение

Суммарные потери за один цикл перемагничивания линейно зависят от частоты:

$$W = P_a/f = P_r/f + P_T/f = \eta B_m^n + \xi B_m^2 f,$$

где η , n и ξ – коэффициенты, зависящие от свойств материала и формы сердечника. Подставляя исходные данные, запишем для двух частот:

$$\begin{aligned}\eta B_m^n + \xi B_m^2 \cdot 10^3 &= 2/10^3; \\ \eta B_m^n + \xi B_m^2 \cdot 2 \cdot 10^3 &= 6/(2 \cdot 10^3).\end{aligned}$$

Вычитая из одного уравнения другое, получаем $\xi B_m^2 = 10^{-6}$.

Тогда $P_T = \xi B_m^2 f^2 = 10^{-6} \cdot (2 \cdot 10^3)^2 = 4 \text{ Вт} \cdot \text{кг}^{-1}$.

3.10. Определить магнитные потери в сердечнике К40×20×7,5 из феррита марки 2000 НМ на частоте 0,1 МГц при пропускании через намагничивающую обмотку тока 40 мА. Обмотка состоит из 100 витков, добротность сердечника в данных условиях равна 10. Магнитную проницаемость сердечника при рабочей напряженности поля считать равной μ_H .

3.11. Найти удельные магнитные потери в ферритовом сердечнике марки 2000 НН, перемагничиваемом на частоте 0,1 МГц магнитным полем напряженностью $H_m = 4 \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}$, если в данных условиях $\text{tg } \delta_m = 0,2$, магнитная проницаемость $\mu = 2500$.

3.12. Кольцевой ферритовый сердечник массой $m = 0,1 \text{ кг}$ перемагничивается переменным магнитным полем напряженностью $H_m = 1 \text{ кА} \cdot \text{м}^{-1}$ частотой $f = 10^4 \text{ Гц}$. Определить мощность, выделяемую в сердечнике, если магнитная проницаемость материала $\mu = 1000$; $\text{tg } \delta_m = 2 \cdot 10^{-2}$; плотность феррита $d = 4,5 \text{ Мг} \cdot \text{м}^{-3}$.

3.13. Кольцевой магнитопровод имеет площадь поперечного сечения $S = 100 \text{ мм}^2$ и среднюю длину магнитного контура $l_{cp} = 0,1 \text{ м}$. На сердечник намотана обмотка с числом витков $n = 100$. Определить магнитный поток через сердечник при токе в обмотке $I = 1 \text{ А}$, если магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 2000$.

3.14. Определить индуктивность катушки с кольцевым магнитным сердечником размерами $R \times r \times h = 30 \times 20 \times 10 \text{ мм}$ и обмоткой, состоящей из 200 витков. Сердечник изготовлен из высоконикелевого пермаллоя с относительной магнитной проницаемостью $\mu = 50000$ (при рабочей напряженности магнитного поля).

3.15. Катушка с ферритовым тороидальным сердечником диаметром 10 мм имеет индуктивность 0,12 Гн и содержит 1000 витков. Определить ток в катушке, при котором магнитная индукция в сердечнике равна 0,1 Тл.

3.16. Определить магнитную индукцию ферромагнитного сердечника, помещенного внутрь соленоида длиной $l = 20$ см с числом витков $n = 800$, если по обмотке проходит ток $0,2$ А, а эффективная магнитная проницаемость сердечника $\mu = 200$.

Тема 4. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Цель занятия: закрепление физической сущности контактных, магнитоэлектрических, термоэлектрических и фотоэлектрических явлений в полупроводниковых материалах, приобретение практических навыков расчета их параметров, определяющих применение в электронных средствах.

Удельная электрическая проводимость полупроводника

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = en\mu_n + ep\mu_p, \text{ См}, \quad (4.1)$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление, Ом·м; n, p – концентрация электронов и дырок соответственно, м^{-3} ; μ_n, μ_p – подвижности электронов и дырок, $\text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

В примесных полупроводниках n -типа ($n \gg p$) и p -типа ($p \gg n$) удельные электропроводности соответственно равны

$$\sigma_n \cong en\mu_n, \quad \sigma_p \cong ep\mu_p.$$

Концентрации носителей заряда в полупроводниках

Собственная концентрация носителей заряда (электронов и дырок)

$$n_i = p_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right), \text{ м}^{-3}, \quad (4.2)$$

где E_g – ширина запрещенной зоны, Дж; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж·К⁻¹ – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура, К; N_c – эффективная плотность состояний в зоне проводимости, м^{-3} ; N_v – эффективная плотность состояний в валентной зоне, м^{-3} .

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right) \approx 0,5 \cdot 10^{16} \left(\frac{m_n}{m} \right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}, \text{ м}^{-3}; \quad (4.3)$$

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2} \right) \approx 0,5 \cdot 10^{16} \left(\frac{m_p}{m} \right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}, \text{ м}^{-3}; \quad (4.4)$$

где m_n , m_p – эффективные массы электрона и дырки соответственно, кг; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона.

Концентрации электронов и дырок в примесных полупроводниках

$$n = n_i \exp\left(\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right), \text{ м}^{-3}; \quad (4.5)$$

$$p = n_i \exp\left(\frac{-(E_F - E_v)}{kT}\right), \text{ м}^{-3}; \quad (4.6)$$

где E_c – энергия дна зоны проводимости, Дж; E_v – энергия потолка валентной зоны, Дж; E_F – энергия уровня Ферми, Дж.

Концентрации носителей заряда связаны с собственной концентрацией носителей соотношением

$$np = n_i^2 = p_i^2. \quad (4.7)$$

Концентрации основных носителей n и p в электронном и дырочном полупроводниках соответственно при температурах частичной ионизации примесных атомов

$$n = \sqrt{\frac{N_c N_d}{2}} e^{-\frac{E_d}{2kT}}; \quad (4.8)$$

$$p = \sqrt{\frac{N_v N_a}{2}} e^{-\frac{E_a}{2kT}}, \quad (4.9)$$

где N_d , N_a – концентрации донорных и акцепторных примесей, м^{-3} ; E_d , E_a – энергии активации донорных и акцепторных примесей соответственно, Дж.

Концентрации основных носителей в примесных полупроводниках при температурах полной ионизации атомов примеси и пренебрежимо низкой концентрации собственных носителей

$$n \approx N_d, \quad p \approx N_a.$$

Концентрации основных и неосновных носителей в электронном полупроводнике в области высоких температур

$$n = \sqrt{\left(\frac{N_d}{2}\right)^2 + n_i^2} + \frac{N_d}{2}; \quad (4.10)$$

$$p = \sqrt{\left(\frac{N_a}{2}\right)^2 + n_i^2} - \frac{N_a}{2}. \quad (4.11)$$

Концентрации основных и неосновных носителей в дырочном полупроводнике в области высоких температур

$$p = \sqrt{\left(\frac{N_a}{2}\right)^2 + n_i^2} + \frac{N_a}{2}; \quad (4.12)$$

$$n = \sqrt{\left(\frac{N_d}{2}\right)^2 + n_i^2} - \frac{N_d}{2}. \quad (4.13)$$

Условие электронейтральности

$$n + N_a^* = p + N_d^*, \quad (4.14)$$

где N_d^* , N_a^* – концентрации ионизированных донорных и акцепторных примесей.

Подвижность носителей

$$\mu = \frac{v}{E}, \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}, \quad (4.15)$$

где v – дрейфовая скорость носителей, $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$; E – напряженность электрического поля, $\text{В} \cdot \text{м}^{-1}$.

В слабых электрических полях дрейфовая скорость намного меньше тепловой, и подвижность определяется формулой

$$\mu = \frac{e \cdot l_{\text{ср}}}{m^* v_T}, \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}, \quad (4.16)$$

где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона; m^* – эффективная масса частицы, кг; $l_{\text{ср}}$ – средняя длина свободного пробега частицы, м; $v_T = (3kT/m^*)^{1/2}$ – средняя тепловая скорость частицы, $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$.

Подвижность определяется рассеянием на фононах, нейтральных и ионизированных примесях, дефектах структуры и сложным образом зависит от температуры.

С подвижностью связаны *коэффициенты диффузии* носителей

$$D_n = \left(\frac{kT}{e}\right) \mu_n, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}; \quad (4.17)$$

$$D_p = \left(\frac{kT}{e}\right) \mu_p, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}. \quad (4.18)$$

Эффект Холла состоит в возникновении разности потенциалов на противоположных гранях полупроводника, помещенного в скрещенные электрическое и магнитное поля (рис. 4.1).

$$U_H = \frac{R_H IB}{R} = \frac{A \mu_D IB}{h},$$

где I – протекающий ток, А; B – магнитная индукция, Тл; μ_d – дрейфовая подвижность носителей, $\text{м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$; ρ – удельное сопротивление, Ом·м; h –

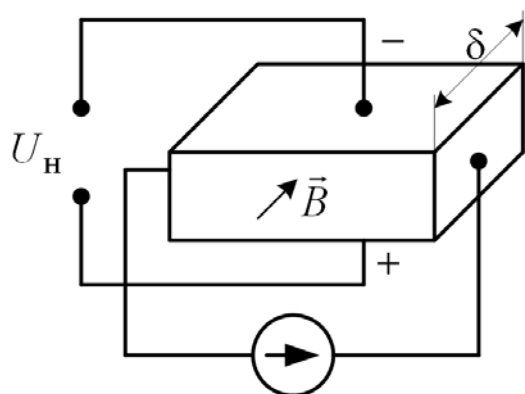


Рис. 4.1. Эффект Холла

толщина пластины, м; $R_H = r/en$ – коэффициент Холла, $\text{м}^3 \cdot \text{Кл}^{-1}$, знак которого совпадает со знаком носителей заряда; n – концентрация носителей заряда (электронов или дырок), м^{-3} ; A – холл-фактор, учитывающий статистическое распределение скоростей свободных носителей, теоретически $A = 1,93$ при рассеянии носителей заряда на ионах примеси и $A = 1,18$ при рассеянии на

тепловых колебаниях решетки. В сильном магнитном поле коэффициент Холла не зависит от механизма рассеяния и равен 1.

Магнитнорезистивный эффект. Изменение сопротивления полупроводника в магнитном поле обусловлено закручивающим действием магнитного поля на движущиеся носители заряда. Магнитнорезистивный эффект характеризуется коэффициентом H , Тл^{-2}

$$H = \frac{1}{B^2} \frac{\rho_B - \rho}{\rho} = \frac{1}{B^2} \frac{\sigma - \sigma_B}{\sigma_B}, \quad (4.19)$$

где ρ_B , σ_B – удельное электрическое сопротивление и удельная электрическая проводимость полупроводникового образца вдоль электрического поля при наложении поперечного магнитного поля индукцией B .

В ограниченном полупроводнике в области слабых полей H постоянна, в области сильных полей $H \sim B^{-2}$, что приводит к насыщению сопротивления.

Фотопроводимость. При освещении полупроводника плотность добавочного фототока в стационарном состоянии

$$j_\phi = eE(\mu_n \Delta n + \mu_p \Delta p), \text{ А} \cdot \text{м}^{-2}, \quad (4.20)$$

где E – напряженность продольного электрического поля, $\text{В} \cdot \text{м}^{-1}$; $\Delta n = G\tau_n$, $\Delta p = G\tau_p$ – концентрации фотовозбужденных электронов и дырок, м^{-3} ; G – скорость генерации носителей, $\text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$; τ_n , τ_p – время жизни электронов и дырок, с.

Эффект Зеебека состоит в возникновении электрического поля E^α , $\text{В} \cdot \text{м}^{-1}$, в веществе, в котором создан градиент температуры ∇T , $\text{К} \cdot \text{м}^{-1}$:

$$E^\alpha = \alpha \nabla T, \quad (4.21)$$

где α – абсолютная дифференциальная термоЭДС, В·К⁻¹.

Абсолютная дифференциальная термоЭДС в примесном невырожденном полупроводнике

$$\alpha = \frac{k}{e} \left(\frac{5}{2} + S + \ln \frac{N_c}{n} \right), \quad (4.22)$$

где S – показатель степени зависимости времени релаксации от энергии носителей заряда; $S = -1/2$ для рассеяния на тепловых колебаниях решетки (фононах), $S = 3/2$ для рассеяния на ионах примеси. Знак α совпадает со знаком носителя заряда.

В полупроводнике, имеющем смешанную проводимость $\sigma = \sigma_n + \sigma_p$:

$$\alpha = \frac{\alpha_n \sigma_n + \alpha_p \sigma_p}{\sigma_n + \sigma_p}. \quad (4.23)$$

ТермоЭДС E_{12} замкнутой электрической цепи, состоящей, по крайней мере, из двух различных веществ, контакты которых имеют разные температуры,

$$E_{12}^\alpha = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{12} dT, \quad (4.24)$$

где $\alpha_{12} = \alpha_2 - \alpha_1$ – относительная дифференциальная термоЭДС; α_1 и α_2 – абсолютные дифференциальные термоЭДС контактируемых веществ.

Эффект Пельтье заключается в выделении или поглощении тепла в контакте двух веществ при прохождении через него внешнего тока. Если внешний ток идет по направлению контактного поля, то есть по направлению термотока, который возникает при нагревании данного контакта, то этот контакт охлаждается. Если внешний ток направлен против контактного поля, то контакт нагревается. Количество выделяемого (поглощаемого) тепла dQ_{12} при прохождении тока от первого вещества ко второму веществу зависит от вида контактирующих веществ, силы тока I и времени прохождения тока dt

$$dQ_{12} = \Pi_{12} I dt, \quad (4.25)$$

где Π_{12} – относительный коэффициент Пельтье, В; $\Pi_{12} > 0$, если при прохождении тока из 1-го образца во 2-й образец теплота выделяется.

Относительный коэффициент Пельтье и относительная дифференциальная термоЭДС связаны

$$\Pi_{12} = \alpha_{12} T. \quad (4.26)$$

Эффект Томсона состоит в выделении или поглощении тепла в проводнике, обусловленном градиентом температуры, при прохождении тока. Если направление внешнего поля E совпадает с направлением внутреннего, обусловленного градиентом температуры, термоэлектрического поля E^{α} , то проводник охлаждается. Направление внешнего поля против внутреннего поля приводит к выделению в проводнике тепла, дополнительного к ленц-джоулевым потерям.

Выделение тепла dQ^T за время dt в объеме dV , обусловленное градиентом, определяется соотношением

$$dQ^T = -\tau \cdot \nabla T \cdot j \cdot dV \cdot dt, \quad (4.27)$$

где j – плотность внешнего тока, $A \cdot m^{-2}$, τ – коэффициент Томсона, $V \cdot K^{-1}$.

Абсолютная дифференциальная термоЭДС α и коэффициент Томсона связаны

$$\tau = T \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial T}. \quad (4.28)$$

Выбор материала для термопар, термоэлектрических генераторов и холодильников осуществляется по величине параметра эффективности Z , K^{-1} , который для однородного материала задается соотношением

$$Z = \frac{\alpha^2 \sigma}{\lambda}, \quad (4.29)$$

где λ – коэффициент теплопроводности материала, $V \cdot (m \cdot K)^{-1}$.

Параметр эффективности контактного термоэлектрического преобразователя

$$Z = \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\left(\frac{\lambda_1}{\sigma_1}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{\lambda_2}{\sigma_2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right]^2, \quad (4.30)$$

где λ_1 и λ_2 – коэффициенты теплопроводности контактируемых материалов.

Высота потенциального барьера p-n перехода, или *контактная разность потенциалов* в равновесном состоянии,

$$V_{к0} = \frac{kT}{l} \ln \left(\frac{p_{p0}}{p_{n0}} \right) = \frac{kT}{l} \ln \left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}} \right) = \frac{kT}{l} \ln \left(\frac{\rho_i^2 (b+1)^2}{\rho_p \rho_n b} \right), \quad B, \quad (4.31)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж·К⁻¹ – постоянная Больцмана; T – температура, К; p_{p0} , p_{n0} – концентрации дырок в p и n слоях, м⁻³; n_{n0} , n_{p0} – концентрации электронов в n и p слоях, м⁻³; ρ_i , ρ_n , ρ_p – удельные сопротивления соответственно собственного полупроводника n и p слоев, Ом·м; $b = \mu_n/\mu_p$ – отношение подвижностей электронов и дырок.

Высота потенциального барьера при прямом смещении p - n перехода уменьшается

$$V_{\kappa} = V_{\kappa 0} - U, \text{ В}, \quad (4.32)$$

при обратном смещении увеличивается

$$V_{\kappa} = V_{\kappa 0} + U, \text{ В}, \quad (4.33)$$

где U – приложенное напряжение между p и n слоями, В.

Вольтамперная характеристика идеального p - n -перехода имеет вид

$$I = I_0 \left(\exp\left(\frac{eV_{\kappa}}{kT}\right) - 1 \right), \text{ А}, \quad (4.34)$$

где I_0 – тепловой ток (ток насыщения), А,

$$I_0 = \left(\frac{eD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \right) S, \quad (4.35)$$

где D_p , D_n – коэффициенты диффузии дырок и электронов, м²·с⁻¹; p_{n0} , n_{p0} – равновесные концентрации дырок и электронов в n и p слоях, м⁻³; S – площадь перехода, м²; L_p , L_n – диффузионные длины дырок и электронов, м,

$$L_{p(n)} = \sqrt{D_{p(n)} \tau_{p(n)}}, \quad (4.36)$$

где τ_p , τ_n – время жизни дырок и электронов соответственно, с.

Барьерная емкость p - n перехода

$$C_{\text{Б}} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{l_0} \sqrt{\frac{V_{\kappa 0}}{V_{\kappa 0} - U}}, \text{ Ф}, \quad (4.37)$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф·м⁻¹ – диэлектрическая проницаемость вакуума; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость материала; U – приложенное обратное напряжение, В; l_0 – равновесная ширина перехода

$$l_0 = \sqrt{\frac{2\epsilon \epsilon_0 V_{\kappa 0}}{e} \left(\frac{1}{N_{\text{д}}} + \frac{1}{N_{\text{а}}} \right)}, \text{ м}, \quad (4.38)$$

где $N_{\text{д}}$, $N_{\text{а}}$ – концентрации донорных и акцепторных примесей в n и p слоях, м⁻³.

При прямом смещении емкость перехода обусловлена в основном **диффузионной емкостью**, которая на низких частотах равна

$$C_D = \frac{e}{kT} \left(\frac{eL_p p_{n0}}{2} + \frac{eL_n n_{p0}}{2} \right) S \exp\left(\frac{eU}{kT}\right), \Phi, \quad (4.39)$$

где p_{n0}, n_{p0} – равновесные концентрации дырок и электронов в n и p слоях, м^{-3} ; U – падение напряжения на переходе, В.

При прямом смещении *контакта металл – полупроводник* (контакта Шоттки) плотность тока

$$j = j_0 \left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right], \text{А} \cdot \text{м}^{-2}, \quad (4.40)$$

где j_0 – плотность обратного тока насыщения, $\text{А} \cdot \text{м}^{-2}$; U – приложенное напряжение, В.

Задачи

4.1. Вычислить собственную концентрацию носителей заряда в кремнии при $T = 300$ К, если ширина его запрещенной зоны $\Delta W = 1,12$ эВ, а эффективные массы плотности состояний для электронов зоны проводимости и для дырок валентной зоны соответственно равны: $m_c = 1,05m_0$; $m_v = 0,56m_0$, где m_0 – масса свободного электрона.

4.2. В собственном германии ширина запрещенной зоны при температуре 300 К равна 0,665 эВ. На сколько надо повысить температуру, чтобы число электронов в зоне проводимости увеличилось в два раза? Температурным изменением эффективной плотности состояний для электронов и дырок при расчете пренебречь.

4.3. Определить, как изменится концентрация электронов в арсениде галлия, легированном цинком до концентрации $N_{Zn} = 10^{22} \text{ м}^{-3}$, при повышении температуры от 300 до 500 К. Полагать, что при 300 К все атомы цинка полностью ионизированы.

4.4. Определить, при какой концентрации примесей удельная проводимость германия при температуре 300 К имеет наименьшее значение. Найти отношение собственной удельной проводимости к минимальной при той же температуре. Принять собственную концентрацию носителей заряда при комнатной температуре $n_i = 2,1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$, подвижность электронов $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$, подвижность дырок $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$.

Решение

Минимум удельной проводимости находим из условия $d\sigma/dn = 0$. Учитывая, что $\gamma = en\mu_n + ep\mu_p = en\mu_n + (en_i^2\mu_p/n)$, после дифференцирования получим

$$e\mu_n - en_i^2\mu_p / n^2 = 0.$$

Решая это уравнение, находим

$$n = n_i \sqrt{\mu_p / \mu_n};$$

$$p = n_i \sqrt{\mu_n / \mu_p}.$$

Для германия при 300 К получаем

$$n = 2,1 \cdot 10^{19} \sqrt{0,19 / 0,39} = 1,47 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3};$$

$$p = 2,1 \cdot 10^{19} \sqrt{0,39 / 0,19} = 3,01 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Таким образом, минимальную удельную проводимость имеет слаболегированный полупроводник p -типа. Учитывая, что собственная удельная проводимость определяется уравнением $\sigma_i = en_i(\mu_n + \mu_p)$, находим искомое отношение

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{\min}} = \frac{\mu_n + \mu_p}{2\sqrt{\mu_n \mu_p}} = \frac{0,39 + 0,19}{2\sqrt{0,39 \cdot 0,19}} = 1,065.$$

4.5. Определить ток через образец кремния прямоугольной формы размерами $l \times b \times h = 5 \times 2 \times 1$ мм, если вдоль образца приложено напряжение 10 В. Известно, что концентрация электронов в полупроводнике $n = 10^{21} \text{ м}^{-3}$, их подвижность $\mu_n = 0,14 \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$.

4.6. Рассчитать удельное сопротивление кристаллов арсенида галлия, легированных хромом до концентрации $2 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$ при температуре 300 К, если энергия ионизации атомов хрома $\Delta W_a = 790$ мэВ, а подвижность дырок $\mu_p = 0,04 \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$. Эффективную массу дырок принять равной $0,48 m_0$.

4.7. Образец кремния содержит в качестве примеси фосфор с концентрацией атомов $2 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$. Какую нужно создать концентрацию атомов галлия в этом полупроводнике, чтобы тип электропроводности изменился на противоположный, а удельное сопротивление стало равным $0,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$? При расчетах полагать, что подвижность дырок $\mu_p = 0,05 \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$. Выразить требуемую концентрацию галлия в массовых долях, если плотность кремния $d = 2,328 \text{ Мг} \cdot \text{м}^{-3}$.

4.8. В кристалле сверхчистого германия с периодом идентичности решетки $a = 0,5657$ нм при температуре 300 К один из каждых $2 \cdot 10^9$ атомов ионизирован. Полагая, что подвижность электронов и дырок равна соответственно $0,39$ и $0,19 \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$, определить удельное сопротивление материала в данных условиях.

4.9. В результате измерений установлено, что кристаллы арсенида галлия, легированные теллуром, при комнатной температуре имеют удельное

сопротивление $\rho = 10^{-3}$ Ом·м, подвижность электронов $\mu_n = 0,5 \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$ и содержат железо как остаточную примесь в массовой доле 10^{-5} %. Вычислить, какое удельное сопротивление имели бы кристаллы при отсутствии примеси железа. Изменением подвижности электронов от содержания примесей пренебречь. Плотность арсенида галлия принять равной $5,32 \text{ Мг} \cdot \text{м}^{-3}$.

4.10. Кристаллы арсенида галлия *n*-типа имеют удельное сопротивление $\rho = 2 \cdot 10^{-5}$ Ом·м, подвижность электронов $\mu_n = 0,2 \text{ м}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$ и в качестве основной легирующей примеси содержат кремний в количестве 10^{-2} атома %. Полагая, что все атомы кремния электрически активны, определить, сколько их находится в узлах галлия и сколько в узлах мышьяка. Плотность материала $d = 5320 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$.

Решение

Число атомов галлия и мышьяка в единице объема

$$N_{\text{Ga}} = N_{\text{As}} = N_{\text{GaAs}} = d \frac{N_{\text{A}}}{M_{\text{GaAs}}} = \frac{5320 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{144,64 \cdot 10^{-3}} = 2,214 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

В единице объема арсенида галлия содержится $N_{\text{Ga}} + N_{\text{As}} = 4,42 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ атомов. Общая концентрация атомов кремния в решетке GaAs

$$N_{\text{Si}} = 4,42 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-4} = 4,42 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}.$$

Концентрация электронов определяется разностью концентраций доноров и акцепторов

$$n = N_{\text{д}} - N_{\text{а}} = (e\rho\mu_n)^{-1} = (1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 0,2)^{-1} = 1,56 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}.$$

Кремний является амфотерной примесью в GaAs и проявляет акцепторные свойства при вхождении в узлы мышьяка и донорные – при замещении атомов галлия. Поэтому $N_{\text{Si}}(\text{Ga}) - N_{\text{Si}}(\text{As}) = 1,56 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

Из приведенных формул следует, что

$$N_{\text{Si}}(\text{Ga}) = 3 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3};$$

$$N_{\text{Si}}(\text{As}) = 1,42 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}.$$

4.11. Сравнить относительные изменения удельных проводимостей меди и собственного германия при повышении температуры от 20 до 21 °С. Необходимые для расчета данные взять из приложения.

4.12. Вычислить собственное удельное сопротивление арсенида галлия при температурах 300 и 500 К, если температурные изменения подвижности электронов и дырок определяются выражениями: $\mu_n = 0,85(T/300)^{-2}$; $\mu_p = 0,045(T/300)^{-2,5}$.

4.13. Через кристалл кремния n -типа с удельным сопротивлением $0,1 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ пропускают электрический ток плотностью $200 \text{ mA}\cdot\text{см}^{-2}$. За какое время электроны проходят расстояние 10 мкм , если их подвижность $0,14 \text{ м}^2\cdot(\text{В}\cdot\text{с})^{-1}$? Как и почему изменится время дрейфа, если электрический ток той же плотности пропускать через кристалл кремния n -типа с более высоким удельным сопротивлением?

4.14. Образец арсенида галлия с удельным сопротивлением $5\cdot 10^{-4} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ характеризуется коэффициентом Холла $3\cdot 10^{-4} \text{ м}^3\cdot\text{Кл}^{-1}$. Определить: а) напряженность холловского поля, возникающего при пропускании через образец тока плотностью $10 \text{ mA}\cdot\text{мм}^{-2}$ и воздействии магнитного поля с индукцией 2 Тл ; б) напряженность внешнего электрического поля для создания заданной плотности тока.

4.15. Пленка антимонида индия n -типа размерами $l\times b = 20\times 10 \text{ мм}$ расположена в плоскости, перпендикулярной магнитному полю Земли. Вычислить, какую разность потенциалов нужно приложить вдоль пленки (по длине l), чтобы на других сторонах получить ЭДС Холла $U_H = 1 \text{ мВ}$. Индукцию магнитного поля Земли принять равной 44 мкТл , а подвижность электронов $\mu_n = 7,8 \text{ м}^2\cdot(\text{В}\cdot\text{с})^{-1}$.

4.16. Вычислить дифференциальную термоЭДС для кремния n -типа с концентрацией фосфора $N_d = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ при температуре $T = 300 \text{ К}$. На сколько изменится значение термоЭДС, если температуру полупроводника повысить до 400 К .

4.17. При перепаде температуры $\Delta T = 3 \text{ К}$ по толщине кремниевой пластины n -типа между плоскостями образца возникает термоЭДС $\Delta U_T = 2,5 \text{ мВ}$. Определить концентрацию доноров в материале, если средняя температура образца $T = 500 \text{ К}$.

4.18. Какая разность потенциалов возникает между концами образца собственного германия при его неравномерном нагреве, если перепад температуры по образцу $\Delta T = 10 \text{ К}$, а температура более холодного конца равна 500 К ? Ширина запрещенной зоны германия $\Delta W = 0,665 \text{ эВ}$, а эффективные массы плотности состояний $m_c = 0,55m_0$, $m_v = 0,388m_0$. Отношение подвижностей заряда μ_n/μ_p принять равным двум.

4.19. На рис. 4.2 показана схема для исследования термоэлектрического эффекта в полупроводниках. Вычислить, на

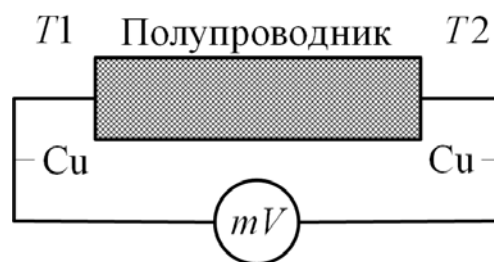


Рис. 4.2. Схема для исследования термоэлектрического эффекта

сколько отличается относительная дифференциальная термоЭДС термопары медь – полупроводник и абсолютная дифференциальная термоЭДС полупроводника, в качестве которого взят кремний p -типа с концентрацией мелких акцепторов $N_a = 10^{21} \text{ м}^{-3}$ (при средней температуре $T = 300 \text{ К}$).

4.20. Имеется кремниевый p - n -переход с концентрацией примесей $N_d = 10^3 N_a$, причем на каждые 10^8 атомов кремния приходится один атом акцепторной примеси. Определить контактную разность потенциалов при температуре $T = 300 \text{ К}$. Концентрацию атомов кремния N и концентрацию n_i принять равными $5,0 \cdot 10^{22}$ и 10^{10} см^{-3} .

4.21. Барьерная емкость резкого p - n -перехода равна 200 пФ при обратном напряжении 2 В . Какое требуется обратное напряжение, чтобы она уменьшилась до 50 пФ , если контактная разность потенциалов $\varphi_k = 0,82 \text{ В}$?

4.22. В равновесном состоянии высота потенциального барьера p - n -перехода равна $0,2 \text{ В}$, концентрация акцепторных примесей $N_a = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ в p -области, что много меньше концентрации донорных примесей N_d в n -области. Найти барьерную емкость p - n -перехода, соответствующую обратным напряжениям $0,1$ и 10 В , если площадь перехода $S = 1 \text{ мм}^2$. Вычислить ширину области объемного заряда p - n -перехода для этих напряжений. Чему она будет равна при прямом напряжении $0,1 \text{ В}$?

4.23. Определить барьерную емкость и ширину p - n -перехода, сформированного в арсениде индия, при температуре $T = 300 \text{ К}$, если концентрация основных носителей заряда: $p_p = 10^{16} \text{ см}^{-3}$; $n_n = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, относительная диэлектрическая проницаемость InAs $\varepsilon = 14,6$, площадь поперечного сечения p - n -перехода $S = 0,1 \text{ мм}^2$. К p - n -переходу приложено обратное напряжение $|U_{\text{обр}}| = 100 \text{ В}$.

4.24. Ток, текущий через идеальный p - n -переход при большом обратном напряжении и температуре $60 \text{ }^\circ\text{С}$, равен $0,4 \text{ мкА}$. Найти ток при прямом смещении $0,2 \text{ В}$ и комнатной температуре.

4.25. Барьерная емкость диода при обратном напряжении 2 В равна 250 пФ . Какое требуется напряжение, чтобы при температуре $27 \text{ }^\circ\text{С}$ уменьшить емкость до 50 пФ , если концентрации донорных и акцепторных примесей соответственно равны $N_d = 2 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$ и $N_a = 5 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$?

4.26. Найти ток через переход металл-полупроводник при прямом смещении 3 В , если металл – алюминий, а полупроводник – кремний n -типа с концентрацией доноров $N_d = 10^{21} \text{ м}^{-3}$. Температура равна $40 \text{ }^\circ\text{С}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1. Физические параметры чистых металлов (при 20 °С)

Металл	Плотность, г/см ³	Температура плавл., °С	Темпер. коэфф. линейн расшир., $\alpha \cdot 10^6$, К ⁻¹	Удельное сопротивление, мкОм·м	Темпер. коэфф. удельн. сопрот., $\alpha \cdot 10^6$, К ⁻¹	Работа выхода, эВ	Абсолют. удельная термо-Э.Д.С., мкВ·К ⁻¹	Кристалл. структура *	Период решетки, нм
Алюминий	2,7	660	21,0	0,027	4,1	4,25	-1,3	Г.Ц.К.	$a = 0,404$
Вольфрам	19,3	3400	4,4	0,055	5,0	4,54	+2,0	О.Ц.К.	0,316
Железо	7,87	1540	10,7	0,097	6,3	4,31	+16,6	О.Ц.К.	0,286
Золото	19,3	1063	14,0	0,023	3,9	4,30	+1,5	Г.Ц.К.	0,407
Кобальт	8,85	1500	13,5	0,064	6,0	4,41	-20,1	гекс.	$a = 0,251$; $c = 0,407$
Медь	8,92	1083	16,6	0,017	4,3	4,40	+1,8	Г.Ц.К.	$a = 0,361$
Молибден	10,2	2620	5,3	0,050	4,3	4,30	+6,3	О.Ц.К.	0,314
Натрий	0,97	98	72,0	0,042	5,5	2,35	-8,7	О.Ц.К.	0,428
Никель	8,96	1453	13,2	0,068	6,7	4,50	-19,3	Г.Ц.К.	0,352
Олово	7,29	232	23,0	0,113	4,5	4,38	-1,1	тетраг.	$a = 0,583$; $c = 0,318$
Платина	21,45	1770	9,5	0,098	3,9	5,32	-5,1	Г.Ц.К.	$a = 0,392$
Свинец	11,34	327	28,3	0,190	4,2	4,00	-1,2	Г.Ц.К.	0,494
Серебро	10,49	961	18,6	0,015	4,1	4,30	+1,5	Г.Ц.К.	0,408
Тантал	16,6	3000	6,6	0,124	3,8	4,12	-2,5	О.Ц.К.	0,330
Хром	7,19	1900	6,2	0,130	2,4	4,58	+18,0	О.Ц.К.	0,288
Цинк	7,14	419	30,0	0,059	4,1	4,25	+1,5	гекс.	$a = 0,266$; $c = 0,494$

* Обозначение кристаллических структур: О.Ц.К. – объемноцентрированная кубическая; Г.Ц.К. – гранецентрированная кубическая; гекс. – гексагональная плотной упаковки; тетраг. – тетрагональная.

Таблица 2. Параметры диэлектрических материалов

Диэлектрический материал	Удельное объемное сопротивление (Ом·м)	Относительная диэлектрическая проницаемость	Температурный коэффициент диэлектрической проницаемости $\Delta \cdot 10^6, \text{K}^{-1}$	Тангенс угла диэлектрических потерь при 1 МГц	Электрическая прочность, МВ·м ⁻¹
Полиэтилен	$10^{14} \dots 10^{15}$	2.3...2.4	-(200...300)	$(2 \dots 5) \cdot 10^{-4}$	40...150*
Полистирол	$10^{14} \dots 10^{16}$	2.5...2.6	-(150...200)	$(2 \dots 4) \cdot 10^{-3}$	20...110*
Фторопласт	$10^{14} \dots 10^{16}$	1.9...2.2	-(150...300)	$(2 \dots 3) \cdot 10^{-3}$	40...250*
Полипропилен	$10^{12} \dots 10^{15}$	2.0	-(200...300)	$(3 \dots 5) \cdot 10^{-4}$	30...150*
Лавсан	$10^{14} \dots 10^{15}$	3.1...3.2	+(400...600)	$(3 \dots 10) \cdot 10^{-3}$	20...180*
Поликарбонат	$10^{14} \dots 10^{15}$	3.0	+(50...100)	$(2 \dots 60) \cdot 10^{-3}$	30...150*
Полиимид	$10^{15} \dots 10^{16}$	3.5	-	$(1 \dots 2) \cdot 10^{-3}$	30...200*
Поливинилхлорид	$10^9 \dots 10^{13}$	3.1...3.4	-	0.015...0.018	35...45
Гетинакс	$10^8 \dots 10^{10}$	3.0...6.0	-	0.04...0.08	15...30
Стеклотекстолит	$10^8 \dots 10^{11}$	5.5...6.0	-	0.02...0.04	15...35
Бакелит	$10^8 \dots 10^{11}$	4.0	-	0.01	12...50*
Эпоксидные комп.	$10^{12} \dots 10^{14}$	3.3...6.0	-	0.01	20...35*
Слюда	$10^{12} \dots 10^{14}$	6.0...8.0	+(10...20)	$(1 \dots 6) \cdot 10^{-4}$	100...250*
Кварцевое стекло	$10^{12} \dots 10^{14}$	3.8...4.2	-	$(2 \dots 3) \cdot 10^{-4}$	40...400*
Щелочные стекла	10^{16}	5.0...10	+(30...500)	$(5.250) \cdot 10^{-4}$	40...400
Ситаллы	$10^{16} \dots 10^{14}$	5.0...10	-	$(1 \dots 80) \cdot 10^{-3}$	25...85
Изоляторный фар.	$10^8 \dots 10^{12}$	5.0...8.0	-	0.02...0.03	25...30
Ультрафарфор	$10^9 \dots 10^{11}$	7.0...10.0	+(30...500)	$(1 \dots 80) \cdot 10^{-3}$	25...85
Алюминооксид	$10^{12} \dots 10^{15}$	8.5...9.5	+(100...120)	$(1 \dots 10) \cdot 10^{-4}$	20...30
Поликор	10^{16}	9	+(80...100)	$(1 \dots 2) \cdot 10^{-4}$	30...45
Брокерит	10^{16}	6...7	+(40...80)	$(2 \dots 5) \cdot 10^{-4}$	30...45
Стеатитовая кер.	$10^{13} \dots 10^{15}$	6...8	+(70...180)	$(6 \dots 8) \cdot 10^{-4}$	25...40
Цельзиановая кер.	$10^{12} \dots 10^{13}$	6...7	+(60...70)	$(1 \dots 2) \cdot 10^{-4}$	35...45
Рутиловая кер.	$10^9 \dots 10^{12}$	40...300	-(80...2200)	$(2 \dots 10) \cdot 10^{-4}$	10...30
Сегнетокерамика	$10^9 \dots 10^{11}$	900...20000	-	0.02...0.03	4...10

(*) - верхние пределы указаны для тонких пленок

Таблица 3. Физические параметры полупроводников ($T = 300 \text{ K}$)

Полупроводник	Кристаллическая структура	Период решетки, нм	Плотность, $\text{Мг}\cdot\text{м}^{-3}$	Температура плавления, $^{\circ}\text{C}$	Темп. коэфф. линейн. расшир., $\alpha, 10^{-6}, \text{K}^{-1}$	Ширина запр. зоны $\Delta E, \text{эВ}$	$(d(\Delta E)/dT), \text{эВ}\cdot\text{K}^{-1}$	Подвижность $\mu, \text{м}^2\cdot(\text{В}\cdot\text{с})^{-1}$		Низкочастотная диэл. прониц-сть
								электронов	дырок	
Ge	Типа алмаза	0,565	5,43	937	5,8	0,66	3,9	0,39	0,19	16,0
Si		0,542	2,33	1415	2,3	1,12	2,8	0,14	0,05	12
C		0,357	3,51	3500	0,8	5,49	-	0,24	0,21	5,7
α -SiC	Гексагональная, 6H	$a = 0,308$ $c = 15,12$	3,22	2205	-	3,02	-	0,033	0,06	10,0
GaN	Типа вюрцита	$a = 0,319$ $c = 0,518$	6,11	1700	5,7	3,40	3,9	0,03	-	12,2
AlP	Типа сфалерита	0,546	2,37	2000	4,2	2,45	2,6	0,008	0,003	9,8
GaP		0,545	4,07	1467	4,7	2,26	4,7	0,019	0,012	11,1
InP		0,587	4,78	1070	4,6	1,35	2,8	0,46	0,015	12,4
AlAs		0,566	3,60	1770	3,5	2,16	4,0	0,028	-	10,1
GaAs		0,565	5,32	1238	5,4	1,43	4,0	0,95	0,045	13,1
InAs		0,606	5,67	942	4,7	0,36	3,5	3,3	0,046	14,6
AlSb		0,614	4,28	1060	4,2	1,58	3,5	0,02	0,055	14,4
GaSb		0,610	5,65	710	6,1	0,72	3,6	0,4	0,14	15,7
InSb		0,648	5,78	525	4,9	0,18	3,0	7,8	0,075	17,7
ZnS		0,541	4,09	1020*	-	3,67	5,3	-	-	5,2
ZnS	Типа вюрцита	$a = 0,382$ $c = 0,626$	4,10	1780	6,2	3,74	3,8	0,014	0,0005	5,2
CdS		$a = 0,413$ $c = 0,675$	4,82	1750	5,7	2,53	4,9	0,034	0,011	5,4
ZnSe	Типа сфалерита	0,566	5,42	1520	1,9	2,73	7,2	0,026	0,0015	9,2
CdSe	Типа вюрцита	$a = 0,430$ $c = 0,701$	5,81	1264	-	1,85	4,1	0,072	0,0075	10,0
ZnTe	Типа сфалерита	0,610	6,34	1239	8,3	2,23	-	0,053	0,003	10,4
CdTe		0,648	5,86	1041	4,0	1,51	4,1	0,12	0,006	10,2
HgTe		0,646	8,09	670	4,8	0,08	-	2,5	0,02	-
PbS	Типа NaCl	0,594	7,61	1114	-	0,39	3,3	0,06	0,07	17,0
PbSe		0,612	8,15	1076	-	0,27	4,0	0,12	0,10	-
PbTe		0,646	8,16	917	-	0,32	4,3	0,08	0,09	30,0

* Температура фазового перехода

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пасынков В. В. Электротехнические материалы / В. В. Пасынков, В. С. Сорокин. – СПб : Лань, 2004. – 368 с. – ISBN 5-8114-0409-3.
2. Солнцев Ю. П. Материаловедение: учеб. для вузов / Ю. П. Солнцев, Е. И. Пряхин. – СПб : Химиздат, 2004. – 736 с. – ISBN 5-93808-075-4.
3. Электротехнические и конструкционные материалы / В. Н. Бородулин [и др.]; под ред. В. А. Филикова. – М. : Мастерство; Высш. шк., 2001. – 280 с. – ISBN 5-294-00041-5; 5-06-003906-4.
4. Справочник по электротехническим материалам. В 3 т. / под ред. Ю. В. Корицкого, В. В. Пасынкова, Б. М. Тареева. – Л. : Энергоатомиздат, 1986.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Тема 1. ПРОВОДНИКОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ.....	3
Тема 2. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ.....	14
Тема 3. МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ.....	25
Тема 4. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ.....	33
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	45
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	48